

1996年1月8日《信報》

外數在夫工

眼育教



南宋詩人陸游寫了一首詩：

「我初學詩日，但欲工藻繪；中年始少悟，漸若窺宏大。……汝果欲學詩，工夫在詩外。」讀了這首詩，我聯想到自己學習數學的經過，竟起了共鳴，甘冒東施效顰之險，把結尾一句改成「汝果欲學數，工夫在數外」。陸游的「工夫在詩外」包含了四點——一、不要只顧專注文采工夫，單求詩文華茂；二、更要注意思想境界，詩文才有內涵；三、也要

豐富的生活閱歷，

詩文才有活力；四、還要注意品德修養，詩文才有風骨。「工夫在數外」亦包含了四點：一、不要只顧專注數學形式工夫；二、更要注意數學思想方法；三、也要豐富數學生活閱歷；四、還要注意數學工夫的品德修養。第一項是「數內」工夫，其餘三項是「數外」工夫。不是說前者不重要，但在「大眾數學」的前提下，後者更形重要，卻一向被忽略了。八成中學畢業生日後不需要使用很多數學，只有二成中學畢業生可以說是「數學使用者」，但不論對何者而言，通過學習數學得來的「數外」工夫卻是同樣

重要。這種工夫需要時日浸淫，可惜大部分學生被過量的「數內」工夫嚇怕了，早自高小階段便對數學科既厭且懼，平白失掉這個大好機會。

「文采」絕非貶詞，不妥當的只是過分專注文采，或者未達領會文采階段卻硬取其外表的作法。就以六朝駢文為例，爲了講究對仗工整、聲律鏗鏘、辭藻華麗、典故博奧，文章的藝術形式是豐富了，作者的寫作技巧是提高了，只是有些作者過分追求對仗聲律、堆砌辭藻典故，以致文章晦澀，形式僵化，內容空虛。數學亦復如是，每位數學教師從教經驗中一定能舉出不少數學文采的例子，若運用得宜，收效至大；若不加剪裁，效果相反。數學思想方法，大家都知道是指什麼，但數學生活閱歷是指什麼呢？我以為可分三方面，縱是追溯數學概念和理論的來龍去脈，橫是探討數學文化的本質和意義，廣是認識數學的應用及經常聯繫數學與日常生活碰見的現象。至於數學工夫的品德修養，除了思考外還應注重講、講、寫。數學其實提供了培養所謂「核心技能」的上佳園地。

學

蕭文強

1996年1月19日《信報》

「外數在夫工」續

眼育教



日前刊登的「工夫在數外」，其實是十二月二十三日香港數學教育學會成立典禮上的講演摘錄。因篇幅關係，最後一句給刪掉了！由於那句才是我最想說的話，不妨再來一篇補充「數外」工夫的第三項，即是數學的品德修養。

日前刊登的文章已經提到除思考外還應注意讀、講、寫，但這三項訓練涉及更深層（但不適宜以說教式口吻明示）的品德培育。每當我改作業

，尤其評閱試卷的時候，我不時感到難過；並非是學生答錯了或者不懂得作答，而是他們作答的態度和方式使我難過。不曉得是否受到中學以來考試方式的影響，很多學生習慣了想到什麼便寫什麼，下筆前毫不組織答案，既不管寫下來的跟題目有關與否，亦不管邏輯上前後次序顛倒與否，反正改卷的人會按照評分標準的要點打分數，只要答案中出現該要點便有機會獲分數了！這樣東拉一句西扯一句，不要說是否合乎推理邏輯了，有時連文意連貫也談不上！等而下者開首先抄下題目所給的假設，結尾抄下題目要證明的結論，中間胡亂寫一些有關無關的東西，然後「神來一筆」，用一句「由此而得……」便把首尾連接起來！這種心存僥倖意圖混過的不老實作風，比起不懂如何作答更叫我失望。當代數學家A. Weil說：「嚴謹之於數學家猶如道德之於一般人。」明代學者徐光啓譯西方古典數學名著「歐幾里得原本」時說：「下學工夫，有理有事。此書爲益，能令學理者祛其浮氣，練其精心；學者資其定法，發其巧思。故學世無一人不當學。」這種學術真誠心正好在學習過程中潛移默化。還有解難的毅力，也可以在學習數學中培育。現今學生習慣了應試技巧，一看題目不能馬上套用現成方法便放棄。在考試時因爲時間緊迫這樣做猶情有可原，但後遺症卻是他們把這種「即食」心態帶到平日學習，由此喪失了好奇心，養成思想懶惰，自然無從從領略學習愉悅。其實語文能力薄弱，很大程度上與思想貧乏及思路不清有關。學習數學能養成思想勤勞、真誠不苟、實事求是。毋怪乎徐光啓說：「學此者不止增才，亦德基也。」

蕭文強

數 學 與 詩

教 育 眼



數學與詩，有關連嗎？

在西方文學世界裏，可以找到不少數學入詩的例子。

英國詩人Wordsworth寫了一首長篇詩，其中有一節描述一位因沉船而流落在荒灘上的旅客，身邊只有一部幾何書，鎮日在沙上畫圖學習幾何，竟樂以忘憂，讚嘆數學乃純理性創作的天地！

美國女詩人Millay有一首詩，開首即說：「歐氏（Euclid）斯人獨觀真美。」另一位近代美國詩人Sandburg也

有一首俏皮諧趣的短詩，題為「算術」。

美國詩人Whiman寫了一首詩，敘述他聆聽一個天文學演講，那些描述星體運行的公式、證明、數據，弄得他既厭倦又煩躁，終於按捺不住，起座離開，走到講堂外面仰觀夜空，繁星點點，密布穹蒼，他頓然感到平和舒暢！在中國文學世界裏，不容易找到這類詩，是我孤陋寡聞，又或者在中國文化中，數學與詩並沒有互相滲透吧！

轉過頭來看看數學家如何看待詩。

法國十八世紀自由思想倡導者

Voltaire認為，詩的優點在於幾句話包涵了千言萬語；數學史家Smith把這話續下去，認為數學的優點與詩無異，數學公式一如詩句的濃縮。

試舉一個例子，唐人王昌齡的短短十四字「秦時明月漢時關，萬里長征人未還」，利用時空交替手法，刻劃了邊疆的滄桑和戍卒的情懷；類似地，短短一個等式 $A^2+B^2=C^2$ 包涵了勾股弦的神奇優美性質，意境深遠，開啓眾多數學理論的思路。

就為學方法而言，數學與詩也頗有相似之處。十九世紀數學名家Weierstrass說：「不帶幾分詩人氣質的數學家，算不上是一位完全的數學家。」他的女弟子Kovalevskaya進一步解釋，詩人看到別人看不到的東西，而且看的要比別人更深刻，數學家亦當如是。毋怪乎Voltaire說：「Archimedes腦子裏的想像，較諸Homer的想像尤為豐富！」

但為什麼很多人在學校裏視數學為乾巴巴的科目呢？

蕭文強

再談數學與詩

教育眼



月前偶作「數學與詩」，引來談迺英老師回應「數學與詩詞」，文中舉出很多中國詩詞雜劇的例子，把數字編進了作品當中，趣味與文采兼備，讀後獲益良多。

不過，那究竟只是數字入詩，不算數學入詩，我的疑團依舊未解。

看來在中國文化中，數學似乎自居一隅，與別的文化領域鮮有相互滲透。然而，在周禮中，「數一乃六藝之

一呀！」而且，由於傳統「經世致用」思想的影響，數學也只能強調它的應用一面。

試看明代徐光啓譯古希臘數學名著「幾何原本」寫的序，短短一則文字中，已經出現了十一個「用」字！固然，經世致用是積極入世的遠大理想，值得表揚，但反觀幾何學（數學）在古希臘時代與當時的文化思潮息息相關，又豈僅止於「量地之學」呢？

對「數學與詩」結尾的慨嘆：爲什麼很多人在學校裏視數學爲乾巴巴的科目呢？談老師大概有同感，在「數學與詩詞」結尾再問一次

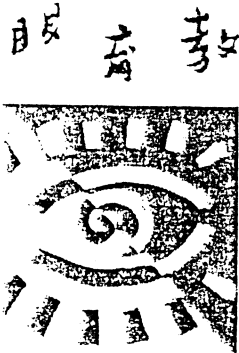
同樣的問題。也許上面提到的一點是其中一個原因，即是多數人只把數學視爲一種應用工具。有些人雖然相信它有一天需要用上它，但看不到立竿見影的效用，便覺得學非所用；有些人認爲自己根本不需要用上它，更覺得何必學數學呢？不論需要或不需要，如果學習數學只視爲一種技能和工具，沒有把它視爲一項文化活動的話，就有如讀一本使用指南，容易覺得它是乾巴巴。

其實，很多學生不僅感覺不到數學與別的科目的關連，就連數學裏面各個部門的關連亦不一定感覺得到。幾何是幾何，代數是代數，三角是三角，於是只見眼眼皮底下細節，卻忽略遼闊視野風光。如此缺乏動機去局部挖掘，容易覺得它是乾巴巴。

固然，我這樣說可沒有答覆談老師的提問，因爲問題背後其實是另一個大家更希望解決的問題：明白了爲何乾巴巴後，如何使它不再乾巴巴？這是一項巨大挑戰，但那不正是每位數學教師的「烏托邦夢想」嗎？

蕭文強

學大與《學大》



代數課結束的那天，授課內容講解完畢後還剩下五分鐘才下課，我把全篇《大學》投影在銀幕上，相信座中不少同學均感錯愕，有些甚至認為講師為何如此「老土」？

「大學之道。在明明德。在親民。在止於至善。……古之欲明明德於天下者先治其國……致知在格物。」雖然很多同學在這所大學已經度過兩三年，但對校訓「明德格物」恐怕不大理會，也不一定知道它的

出處。這亦難怪，近年來所有大學公文上印着的徵誌，已非昔日那個典雅簡單的校徽，上面清楚展示以中文及拉丁文書寫的校訓，卻換作一個縮細的校徽（校徽上的校訓也就縮得更細！）倒是學校的名字放大了，約是校徽的六七倍，印在兩道黑底白字和白底黑字的橫杠上，平放在小校徽下面。有人說那是因為顧問公司的美術設計師不一定明白校訓的重要，但求學校的招牌奪目而已，信焉？

重讀數千年前的文章是「老土」嗎？不要忘記，這些文章蘊含了我們的祖先積累的智慧。我讓同學

欣賞《大學》這段文字，除了提醒他們知道校訓以外，其實有兩點用意，可謂借題發揮。

文章近結尾提到：「其本亂而未治者否矣。」不求整治根本只願應付枝節，乃本末倒置，是沒有用的。就有如不少同學平日極少上課，自然沒有掌握學科的核心部分，到了考試前夕卻企圖惡補一些零碎知識，希冀藉此過關，又怎能學了什麼呢？對於學習數學而言，這句話非常貼切，不求根本理解中心思想只願暫時強記繁瑣枝節，學不到有用的本領，只懂套用幾道公式或者幾種現成方法，算不得是學了數學。

如同學習別的學科一般，學習數學必須勤於思考，文章開首有云：「知止而後有定。定而後能靜。靜而後能安。安而後能慮。慮而後能得。」如今不少同學不願思考，無慮自然無得。為何他們不願思考呢？其中一個原因可能就是不定不靜不安。試問整日為雜務東奔西走，傳呼機聲不絕於耳，哪兒還有一份寧靜以致遠的心境去學習呢？

蕭文強

讀書隨筆：華蘅芳的天空

蕭文強 香港大學數學系

清代數學家華蘅芳敘述自己的一段學習經驗：

「……詰諸李君【李善蘭】，則云此中微妙非可以言語形容，其法盡在書中，吾無所隱也，多觀之則自解耳，是豈旦夕之工所能通曉者哉？余信其言，反覆展玩不輟，乃得稍有頭緒。譬如傍晚之星，初見一點，旋見數點，又見數十點數百點，以致燦然布滿天空。」（《學算筆談》卷五·1882）

有一次在香港中文大學教育學院的演講中我提到這段話，座上列志佳老師不只記著這段話，後來還在他的數學課上介紹給學生，頗受到一些學生欣賞。

這令我想到，為何中學中文語文課上的選文，只重文學作品卻從不踏足科學或數學的領域呢？反視西方，不少文學領域以外的學者寫的文章，都給收於文集中，甚至給選作中學生閱讀材料。我記得中學時代英語課其中一本課本(Skinner, J.V.(1960), *Reading and Reasoning*, Oxford: Oxford University Press)採集不少關於科學、歷史、經濟、政治、心理學……的摘篇，讀了不單對學習語文有助，同時也擴闊了視野。其實，自古以來中國很多科學家和數學家也寫了不少同樣文采斐然、內容深刻的文章呀。