

工夫在數外

蕭文強

香港大學數學系

南宋詩人陸游寫了一首詩(「示子遯」):「我初學詩日,但欲工藻繪;中年始少悟,漸若窺宏大。怪奇亦間出,如石漱湍瀨。數仞李杜墻,常恨欠領會。元白才倚門,溫李真自鄙。正令筆扛鼎,亦未造三昧。詩為六藝一,豈足資狡獪。汝果欲學詩,工夫在詩外。」讀了這首詩,我聯想到自己學習數學的經過,竟起了共鳴,甘冒東施效顰之險,把結尾一句改成「汝果欲學數,工夫在數外。」

陸游的「工夫在詩外」包含了四點:(1)不要只顧專注文采工夫,單求詩文華茂;(2)更要注意思想境界,詩文才有內涵;(3)也要豐富生活閱歷,詩文才有活力;(4)還要注意品德修養,詩文才有風骨。「工夫在數外」亦包含了四點:(1)不要只顧專注數學形式工夫;(2)更要注意數學思想方法;(3)也要豐富數學生活閱歷;(4)還要注意數學工夫的品德修養。第一項是「數內」工夫,其餘三項是「數外」工夫。不是說前者不重要,但在「大眾數學」的前提底下,後者更形重要,卻一向被忽略了。八成中學畢業生日後不需要使用很多數學,只有二成中學畢業生可以說是「數學使用者」,但不論對何者而言,通過學習數學得來的「數外」工夫卻是同樣重要。這種工夫需要時日浸淫,可惜大部分學生被過量的「數內」工夫嚇怕了,早自高小階段便對數學科既厭且懼,平白失掉這個充實自己、培育成長的大好機會。

先談第一項,「文采」絕非貶詞,不妥當的只是過分專注文采,或者未達領會文采階段卻硬取其外表的作法吧。就以六朝駢文為例,為了講究對仗工整、聲律鏗鏘、辭藻華麗、典故博奧,文章的藝術形式是豐富了,作者的寫作技巧是提高了,只是有些作者過分追求對仗聲律、堆砌辭藻典故,以致文章晦澀、形式僵化、內容空虛。數學亦復如是,每位數學教師從教學經驗中一定能舉出不少數學文采的例子,若運用得宜,收效至大;若不加剪裁,效果相反(略去例子)。至於第二項的數學思想方法,大家都知道是指什麼,但第三項的數學生活閱歷是指什麼呢?我以為可以分為三方面:縱是追溯數學概念和理論的來龍去脈,橫是探討數學文化的本質和意義,廣是認識數學的應用及經常聯繫數學與日常生活碰見的現象。最後一項提到數學工夫的品德修養,也許應該多說一兩句,以下讓我們談談。

數學學習中，除了思考外還應注意讀、講、寫。培根 (Francis Bacon) 說過：「讀書使人淵博，談論使人機智，寫作使人準確。」一般教育如是，數學教育何獨於外？數學提供了培養所謂「核心技能」的上佳園地，這包括語文能力。語文能力薄弱，很大程度上與思想貧乏及思路不清有關，學好了數學，有助學好了語文。其實，注意讀、講、寫這三項訓練，涉及更深層（但不適宜以說教式口吻明示）的品德培育。每當我改作業，尤其評閱試卷的時候，我不時感到難過；並非是學生答錯了或者不懂得作答，而是他們作答的方式和作風叫我難過。不曉得是否受到自中學以來考試方式的影響，很多學生習慣了想到什麼便寫什麼，下筆前毫不組織答案，既不管寫下來的跟題目有關與否，亦不管邏輯上前後次序顛倒與否，反正改卷的人會按照評分標準的要點打分數，只要答案中出現該要點便有機會獲分數了！這樣東拉一句西扯一句，不要說是否合乎推理邏輯了，有時連文意連貫也談不上！等而下者開首先抄下題目所給的假設，結尾抄下題目要證明的結論，中間胡亂寫一些有關無關的東西，然後「神來一筆」，用一句「由此而得...」便把首尾連接起來！這種心存僥倖意圖混過的不老實作風，比起不懂如何作答更叫我失望。

當代數學名家韋伊 (André Weil) 說：「嚴謹之於數學家猶如道德之於一般人。」明代學者徐光啟譯西方古典數學名著《歐幾里得原本》時說：「下學工夫，有理有事。此書為益，能令學理者祛其浮氣，練其精心；學事者資其定法，發其巧思。故舉世無一人不當學。」這種學術真誠心正好在學習過程中潛移默化。還有那種解難的韌力，也可以在學習數學中培育。現今很多學生習慣了應試技巧，一看題目不能馬上套用現成方法便放棄。在考試時因為時間緊迫這樣做猶情有可原，但後遺症卻是他們把這種「即食」心態帶到平日的學習去，由此喪失了好奇心，養成思想懶惰。要是不願思想，自然無從領略學習愉悅了。學習數學能養成思想勤勞、真誠不苟、實事求是。毋怪乎徐光啟說：「學此者不止增才，亦德基也。」

[1995年12月23日香港數學教育學會成立，在成立典禮上我應邀作講演，以「工夫在數外」為題。本文是從講稿摘錄出來，曾刊於《數學教育》(*EduMath*) 第二期 (1996年6月)，15頁，也曾刊於黃毅英 (編)，《迎接新世紀，重新檢視香港數學教育——蕭文強教授榮休文集》，香港數學教育學會，2005年6月，53-54頁。亦載於：蕭文強，《心中有數》，九章出版社，台北，2005年，28-30頁；大連理工大學出版社，大連，2010年，30-33頁。]