

# 對國內中學數學教學大綱的一些意見

## ——兼談數學教育之目的

陳鳳潔\* 周錫昌\* 蕭文強\*

### 引言

今年二月十九日新華社報導當天《光明日報》發表的一些統計數字：“（全國）各級各類學校的教師約有一千萬。三十年來他們為國家培養了高級建設人才三百餘萬，中等技術人才五百多萬，初、高中畢業生近二億人。”我們可能對上述數字有錯誤的理解，但由此產生兩點感想：（1）香港才開始推行普及教育不久，每年中學畢業會考尚且有近十萬人參加。香港人口約五百萬，若依這些數字按比例計算，我國每年應有高中畢業生二千萬人。然而照統計數字，平均每年國內初、高中畢業生只有七百萬，是否表示普及教育未臻理想？（2）在那二億初、高中畢業生當中，只有百分之四（八百萬）日後成為專業人員，所以教育方針是否不應只顧高和深，也應適當照顧普及方面，以提高整個中華民族的文化水平？

懷着這兩點感想，我們重看了國內在一九七八年二月頒佈的《全日制十年制學校中學數學教學大綱（試行草案）》（以下簡稱《大綱》）【1】，發覺有美中不足之處。我們自知學識不足，管見淺薄，然而心裏有話便應該說出來，遂執筆成此文，野人獻曝。更希望拋磚引玉，多聽到高明之士的意見。

### 普及的數學課程

《大綱》開宗明義，說明教學目的：“使學生切實學好參加社會主義革命和建設，以及學習

現代科學技術所必需的數學基礎知識；具有正確迅速的運算能力、一定的邏輯思維能力和一定的空間想象能力，從而逐步培養學生分析問題和解決問題的能力。通過數學教學，向學生進行思想政治教育，激勵學生為實現四個現代化學好數學的革命熱情，培養學生的辯證唯物主義觀點。”（【1】，1—2頁）上述目的，可依次分為三點，如果撇開政治術語，它們跟美國數學協會在一九二三年發表的《中學數學教學改革報告書》（【2】，第一章）所提出的：（1）實用知識、（2）思維訓練、（3）文化修養，可謂異曲同工。我們認為這些是正確的教學目的，問題在於《大綱》內容是否達到這些目的之要求。

固然，我們單就《大綱》內容討論，是沒有把最主要的一個因素包括在內，即是教師本身。全國的數學水平能否提高，教師才是主要因素，數學大綱或是課本，皆屬次要而已。同樣的大綱、同樣的課本、在不同的教師的手裏，會產生不同的效果。所以，我們非常同意在一九七五年美國全國數學教育諮詢委員會發表的《中小學數學教學總觀分析報告書》（【3】，139—141頁）指出的一點，即是數學教師不只要有充分的專業水平，還應瞭解和關心時下數學課程的改變，對數學教育動態有所認識。如何才能做到這點，我們沒有能力提出甚麼意見，希望在師範學院的朋友們賜教。

單就《大綱》的數學內容來說，我們認為它不失為一個訓練日後從事需要大量數學知識的專

\* 數學教育工作者。

業人員的充實課程，但是從普及教育的觀點看，它似乎忽視了文化修養的要求，並不是一個理想的普及數學課程。當着國家亟需實現現代化的時刻，把數學課程偏重和深這份苦心是可以理解的。這在外國亦無例外，例如在一九五九年美國大學入學試委員會發表的《數學報告書》也認為“爲了日益急需更多有高深數學知識的科技人員，有必要把中學數學課程更新重編，以便更快更好地帶引學生至理論數學和應用數學的前沿。”（【3】，第2頁）於是牽起一場“新數運動”，持續了約十五年之久。有關這場運動帶來的好壞影響和正反經驗，應該是每一位關心數學教育的朋友要注意的事（是好是壞？是正是反？還是有爭論性的），國內朋友猶應用作借鑒，讀者可參看【4】和【5】。

我們願意引上上一段的意見，但要這樣做必須先看看教育之目的是甚麼？我們學識尚淺，只好借別人的口來說話。近代哲學家A. N. Whitehead認爲“教育使人獲得如何使用知識的藝術”（【6】，第一章），他又認爲“我們的目標在於培育既具有文化修養又具有某種專業知識的人”（【6】，第一章）。請讀者特別留意“文化修養”這個詞，因爲它將成爲本文的論點中心，Whitehead對它的註解是“文化修養包含思維活動與對美和善的感受”（【6】，第一章）。用簡單的說法，教育使人懂得使用知識，使用知識是爲了生活，不過這是指廣義的生活而非單指衣、食、住、行。王通訊與雷禎孝對這點有更生動的描寫：“不管是政治家、藝術家、工人、農民、服務員，還是科學家、家庭婦女，他們都要有豐富的見聞，見多識廣，不孤陋寡聞，都要在科學的意義上懂得人生，懂得愛，懂得美，懂得禮貌，懂得社會公德，都要懂得一定的自然、文學、藝術、哲理常識，都要具有一定的謀生能力、欣賞能力和高尚的情操等等，並能以此去影響自己的下一代。我們把這一切總稱爲基礎文明。”【7】如果我們承認教育目的是如上述，那麼在討論數學教學目的時便不應單單着眼於數學的用途，而必須兼顧它對文化修養所起的作用。事實上，從普及教育的觀點，後者猶爲重要。雖然在現代社會裏科技日益發達和普遍，在不少領域裏經常使用大量的數

學，即使在社會科學、企業管理、甚至人文科學都或多或少地用到數學，但在廣大的中小學生中究竟有多少人在日後的工作崗位上需要使用大量的數學呢？我們不是“算命先生”，也沒有能力預測廿一世紀的科學文明發展，不過就目前而言，保守地估計，說它是百分之二十也不會說少了，而在這百分之二十裏，從事需要高深數學知識的科研工作的恐怕更要少於百分之五吧？如此說來，另外那百分之八十的學生懂一點點數學便管用，又何苦要他們從小學至中學修那十年的數學課呢？這種推論在邏輯上沒有錯，但在教育觀點上是太狹隘了。我們要中、小學生學習數學，倒不是要他們人人日後成爲數學家、或者工程師、或者電腦專家、或者科學家、……，而是要使他們每一個都不要成爲“數盲”，要使他們每一個對數學這門有着悠長歷史的文化活動有正確的認識，要使他們每一個都具有分析問題和解決問題的能力。概而言之，就是要使他們每一個長大後可以享有豐富的文化生活。德國數學家H. Weyl說得好：“我們並非宣稱數學應享有科學之皇后的權利，有其他科目與數學是有同等甚至更大的教育價值。但數學立下所有心智活動所追求的客觀真理的標準，科學和技術是它的實用價值之見證。如同語言及音樂，數學也是人類思維的自由創作力的主要表現形式，同時它又是通過建立理論來認識客觀世界的一般工具。所以數學必須繼續成爲我們要教授給下一代的知識和技能中的基本成份，也是我們要留傳給下一代的文化中的基本成份。”【8】如果從這個角度看，爲甚麼要教數學呢？也就和爲甚麼要教文學？爲甚麼要教歷史？爲甚麼要教音樂？……有着同樣的意義了。

上面說明了爲甚麼數學教育要注意文化修養這方面，接着我們打算討論怎樣才能夠達此目的。A. N. Whitehead曾說過：“普及教育不應包括晦澀的內容。……所謂晦澀非指其程度深奧，而是指它是只有高度特殊用途的知識，對總的思想鮮有影響。”（【6】，第六章）他認爲普及教育裏的數學課程應該着眼於“幾個具深遠影響的普遍性概念”（【6】，第六章），通過弄明白這些概念才達到增進文化修養的目的。甚麼叫做“晦澀”呢？我們不揣淺陋，試圖舉一個例子來說明。

在綜合幾何裏有一個十分漂亮的著名定理，叫做“九點共圓”，就是說三角形三邊的三個中點、三個垂足點和三個由頂點至垂心的中點，都落在某一圓之上。它的證明並不繁複，甚至可以說是非常簡單（但巧妙），只需要注意對角線互相垂直的四邊形（不論是凸的或者凹的）有個好特性，就是它四邊的四個中點組成一個矩形，所以這四點是在一個圓之上，而且這個圓也通過從每個中點至對邊的垂足點。特別地，每個三角形的三個頂點和垂心組成一個滿足這樣的條件的（凹）四邊形，於是寥寥數語，定理得證。但是我們認爲這個定理是“晦澀”的，在普及的數學課程裏其意義不大。反之，圓的一些基本幾何性質却不同了，雖然它們在實用意義上不會比“九點共圓”好得多少（讀者當中肯定超過大半即使不理會直徑的圓周角是否直角還是一樣地生活吧？），在教育意義上却要強得多了。首先，圓的定義本身已經很有意思。初民必定很早便知道圓是甚麼，但直到公元前三世紀才首次出現圓的定義，古希臘數學名著《Elements》說它是由一點等距的點組成的曲線，我國古籍《墨經》說它是“圓、一中同長也”。這個定義包含了軌跡和曲線的概念，孕育後世“動”的數學的思想，只不過每門學科總要有一定的醞釀時期，所以直到十七世紀初才出現解析幾何和變數的概念，導致其後衆多數學領域的蓬勃發展。圓的另一個基本性質也很有意思，就是圓周率。初民很早便知道圓越闊大它的圓周也越長，後來更進一步意識到圓的周長和它的直徑之比是個常數，與圓的大小無關，也與那圓是個車輪抑或是個滿月抑或是紅的黃的無關。這是一個了不起的思想飛躍，是“抽象化”的過程。在無數實踐當中人們發現對於任何圓，它的周長總是差不多等於直徑的三倍，所以在古代文獻不時找到“周三徑一”的說法。從圓周率是三至逐漸精確的計算而至了解它是個超越數這個經歷了三千多年的過程，是一部關於“認識論”的好教材，在普及的數學課程裏有其一定的地位。還有一點，在學習圓的基本性質同時也學習了綜合幾何的思想方法。有些人認爲綜合幾何已經落伍，可以用解析幾何甚或線性代數取替，因此何需重視？然而我們覺得若能將綜合幾何適當地運

用和編排，它是表達邏輯思維、抽象思維和培養空間想象能力的好工具。我國明代學者徐光啓因譯述《Elements》而對是書發表的意見，對這點有精闢的闡述：“似至晦，實至明，故能以其‘明’明他物之至晦；似至繁，實至簡，故能以其‘簡’簡他物之至繁；似至難，實至易，故能以其‘易’易他物之至難。易生於簡，簡生於明；綜其妙，在‘明’而已。”（【9】，228頁）《Elements》在人類思想史上是一部有價值的著述，影響後世至大。當然，在中、小學階段把它的內容生搬硬套地插入數學課程是既不可能也不適宜（但以前的幾何課程却曾出現這個弊病！），但如果中學畢業了而仍然對這部名著毫無認識的話，從文化修養方面而言，是否欠缺了一些東西呢？

爲甚麼普及的數學課程裏不應包括“晦澀”的題材呢？從積極方面說，省除“晦澀”題材後，內容精簡了，教師有充裕的時間講解主要的中心思想，學生有充裕的時間把它們消化。從消極方面說，不省除“晦澀”題材，容易使大部份學生對數學失却興趣和親切感，甚至對數學產生畏懼之心，見而却步。讓我們就着《大綱》內容舉一些例子，但爲了避免因誤解而引起不必要的爭論，我們重申“晦澀”的意思：它不是意味深奧，也不是意味沒有用途，更不是意味沒有數學價值，只是我們認爲它在普及的數學課程裏意義不大吧。好比方三角函數在普及的數學課程裏有一席位，但正弦餘弦函數的和差化積與積化和差便是“晦澀”，同樣地三角方程也是“晦澀”。又好比方一次與二次方程在普及的數學課程裏有一席位，但三次四次方程的解法公式便是“晦澀”，同樣地根式方程與分式方程也是“晦澀”。再舉一個例子，是微積分。這是數學史上——也是人類思想史上——的一頁輝煌成就，不只影響後世科學和技術的發展，對後世的哲學思想也很有影響。在普及的數學課程裏是有它的地位，不過怎樣在一個普及的數學課程講解這類高等數學是需要周詳策劃的（作者之一曾對這個問題有親身體驗，一得愚見，見諸【10】）。如果依照《大綱》內容，便包括不少“晦澀”題材，例如和、差、積、商的求導公式、複合函數的求導公式、不定積分的

計算、換元積分法、分部積分法、旋轉體的體積及側面積等等。這些過份技術性的內容只會令一般學生覺得微積分是一堆死記硬背的公式而已，完全欣賞不到它的科學和哲學意義，達不到原來的目的。

讀者一定會注意到，在上面的例子裏我們不時穿插數學史為註腳，其實亦非偶然，因為數學史在數學教育上可以起的作用，正好針對文化修養方面。我們不是提倡中、小學生在課堂上學習數學史，這是不合適的，但教師們在教學上有意識地適當運用和滲透數學史的知識，不但可以使學生更好地認識數學這門學科的性質，更好地明白學習數學的意義，還可以使數學科變得更活潑和更有生氣。有關這點，在這兒不多花篇幅，有興趣的讀者可以參看【11】、【12】、【13】。數學課程甚至可以幫助學生樹立正確的人生觀，也許有人以為這是言過其甚，不堪置信，但不妨看看徐光啓對《Elements》的評價：“此書為益，能令學理者祛其浮氣，練其精心，學事者資其定法，發其巧思，故學世無一人不當學。”（【9】，228頁）這句話推廣到數學其他分支也合用的。學習數學，可以使人實事求是，勇於認錯，從善如流，有過則改；也可以使人“知之為知之，不知為不知”，不會含糊其詞甚至馬虎浮誇。我們學養未深，不能作進一步的闡述，讀者如感興趣多看些例子，可參看【14】這本非常精采有益的書。習數而能養性，是文化修養更高的一層境界，能夠在教學上做到百分之一二已經不錯了。

### 函數的概念

德國數學家F. Klein說過：“作為數學教育改革者，我們應當把函數的概念放在教學上的中心地位，因為在過去兩個世紀的所有數學概念當中，這一個在數學思想上是處於領導地位。”【15】美國一九二三年《中學數學教學改革報告書》【2】也提出以函數為數學教學主題的見解。函數是數學上的中心概念，同時也充塞於我們周圍，經常出現於我們的日常生活中，因為任何隨着某些變量而變更的量就是一個函數了。函數不是甚麼神秘高深的東西，一點也不“晦澀”，是應該包括在普及的數學課程裏。也許有些人以為函數是個

抽象的概念，日後不使用數學的人為甚麼要理會它。但我們認為數學教育的一個任務正是要培養抽象思維能力，因為它也是文化修養的一部份。不過我們不同意欠缺了具體化的抽象，我們認為應該按着從感性認識到理性認識、從特殊到一般、從具體到抽象的認識規律去引入抽象概念。可惜，有些人過份迷信所謂“新數”的威力，一開始便要把函數看成是個影射，引入很多名詞；更有甚焉者，要初學者把函數看成是個有序三元組，由定義域、值域、表示關係構成，無必要地把它變得“晦澀”了！儘管一些初中課本沒有用上這些“晦澀”的名詞，但由於過份強調對應關係這一特點，忽略了指出函數往往是某些規律的數學描述這個性質。函數既是那麼重要，不妨再多舉一個例子，下面的題目在小學課本裏也會出現：“某排灌站水泵出水的流量每秒0.08立方米，出水10立方米需時多久？”答案自然是125秒，用0.08去除10便是。有些學生（和教師）喜歡把問題分類，對某類問題用某類方法應付，譬如知道流量每秒若干，問需時多久，即是用除法。沒弄清楚個中道理的學生很容易產生混亂，是用0.08除10抑或用10除0.08？又如果問題變成求125秒流水多少，是用除法還是乘法？如果不加適量解釋即引入正比例反比例這類術語，情形就更易混亂了。其實，稍用一點常識便知道每秒出水0.08立方米，10秒便出水0.8立方米，100秒便出水8立方米，200秒便出水16立方米，所以答案是在100秒和200秒之間。這種想法便含有函數的概念（甚至含有連續性函數的中間值定理的意思呢！），即使我們不引入函數這個名詞，也可以引入它的圖象表示。利用足夠多的數值資料，不難接受上面的函數的圖象表示是一條直線，再從而明白如何以圖解法求出答案來。當然，這樣做令人有“殺雞焉用牛刀”之感，我們絕對不是提議用這種方式取代簡單除法的教授，我們用了這個例子，只是為了不想多費支節工夫以一個簡單的例子說明函數這東西在那一個階段的數學課裏都會出現的。如何適如其份地引入函數概念和說明它的重要性，是普及的數學課程的一個任務。函數及其圖象這項課題，在《大綱》是等到初中三階段才出現，我們以為可以把它更早地引入初中的課程

裏，類似的一個做法，可參看【16】。

### 集合論、代數結構、等等

在“新數運動”風起雲湧之際，各地不少數學課程裏都加入集合論、數理邏輯、模算術、向量分析、矩陣、布爾代數、羣、環、域、……這些使人耳目一新的題材。但“新”不等於“好”，實踐經驗逐漸指出了這種措施之不當，有關這方面較詳細的討論，可參看【4】。《大綱》把集合、影射等思想滲透到教材中去，是一個比較穩健的做法，至於內容的深入程度如何，我們沒有看過教材，無由得知。不過，在這裏又不能不回到普及方面的討論，即是這些題材是否適合的問題。一一對應的概念，初民懂得數數時便知道了，是值得在普及的數學課程裏介紹的。況且，在物體數目有限的情形底下，亦不外是常識而已（學生少於座位，自然有空置的座位。學生多於座位，自然至少有兩人擠在同一個座位）。在物體數目無限的情形底下，事情是微妙得多，但早於十七世紀初意大利數學家兼物理學家G. Galileo已經利用一一對應的概念來討論無限了。雖然這成為後來集合論的中心概念，但集合論却要等到十九世紀末才由德國數學家G. Cantor創立，原因就是等到那時才因數學分析出現了絆腳石而引致它的誕生。在中學硬生生地插入集合論，有如未曾有絆腳石却硬要先摔一交！況且，所謂以集合論為“新數”之基礎，其實只是以集合語言為“新數”之基礎吧，但可惜在中、小學階段碰到的數學對象是較為簡單，不容易看出這種語言的威力來（難道說C和D的交集是非空集比較說兩個圓C和D相交是更能增加學生的理解嗎？）。即使學生接受了這種語言，他們也不容易運用（並且缺乏需要運用的機會），更不容易看出其意義，弄得不好還變成追求形式却誤以為學懂了高深的數學！一個比較容易使學生感覺到集合語言的便利的題材是概率，所以我們認為還是留待較高年級時才引入集合的語言較為適當。至於代數結構，對於那些有了一定感性認識的人作為事後認識是有助於深入理解，對於作進一步提高亦有一定需要，但對初學者來說，徒然增加“晦澀”的題材吧。最近看到有關法國中學數學教學概況之報導

【17】，程度之艱深令我們吃了一驚，那種課程只適合畢業後進入大學專修數學的學生，但只為高等院校服務而設的課程，不是理想的普及課程。

在香港，推行“新數”十餘年，亦曾帶來好些不良的影響：大量“晦澀”的定義把數學神秘化，使學生望而生畏，形式上的嚴謹和嚴峻的邏輯符號使學生幾乎喪失了表達能力和主動性。在“新數運動”消沉後四、五年的今天，我們發現這些“後遺症”竟然還困擾着部份的專上學院的學生。這些經驗應該值得大家引以為戒吧？

### 數學的實用價值

數學的悠長歷史，和它的實用價值是分不開的。數學源於生產實踐，發展起來的數學推動了生產，而大量的生產技術問題也幫忙了推動數學的發展（比較詳細的討論及例子，可參看【12】）。美國數學家R. Wilder認為數學發展的原動力可以分為互相影響着的“內在因素”和“外在因素”，前者指數學內部問題對自身發展的刺激，後者指其他學科和社會活動對數學產生的影響【18】。既是如此，即使掉開日後使用數學的需要不說，對數學的實用意義之認識，在普及的數學課程裏也應注意的。在前面提過的美國《中小學數學教學總觀分析報告書》（【3】，138頁）亦提出要重視數學的實用價值，使學生懂得如何運用數學知識解決實際問題。《大綱》也指出要堅持理論聯繫實際（【1】，4頁）。怎樣能夠達到這一點，我們相信國內有其獨特條件和經驗，是可以比外國做得更好。雖然，在文化大革命期間曾出現以偏概全的現象，例如把理論和實際分割開來，只顧應用而不顧基礎理論，都是不健康的做法。然而我們今天回顧翻閱在那段時期出現的一些課本和自學教材，却發現部份材料和例子的確做到了理論聯繫實際這一點，部份課題的敘述方式及處理辦法，也較之傳統課本來得活潑生動（至少比較時下氾濫書店的高考複習材料或者某些二三十年前的課本翻印本是高明得多和有意思得多——學習數學的確需要下苦工多做習題，但只做某類型的習題不等於學習數學。在香港的學生可謂身經百“試”，但把數學認真學得好的還是不多）。如果把這些寶貴經驗適當地運用，不但

可以充實教學內容，我們甚至相信，我國在這方面的經驗，對其他國家的數學教學也有一定的益處和貢獻的。

### “普通課程”和“高級課程”的建議

前面我們着重討論了數學教育在普及方面的意義，但這不等於說不要着重提高和深入。在提高整個中華民族的科學水平這個基礎上，我們也要注意培養具備高深數學知識的人，以供應科研和技術上各條戰線上的需要。其實，普及和提高並不是相悖的，而是相輔相成。對學習數學的意義有明確的認識，對基本思想掌握得穩，向上攀登時也就奔頭十足、應付裕如了。反之，只顧偏高，即使學到技術內容，却缺乏全面性的理解，容易變成對愈少愈少知道得愈多愈多的“專家”，終而對一無所有無所不知（好像是G. B. Shaw的妙語）！

普及教育中的數學課程內容應該包含比較全面的數學基礎知識和中心思想，但不應過於繁雜，更不應流於“晦澀”；程度不宜過高，以免大部份學生因而掉隊；教學手法應力求生動活潑，並以大量富有啟發性或與日常生活有關的例子來說明數學問題，這樣才能引起學生的學習興趣。在着眼於普及教育的同時，也要為社會上各項專業供應人才，因此亦需要設計與上述不同的課程，給那些數學能力較強和日後從事科技工作的學生選讀。尤其在目前我國中學教育日漸普及、但只有小部份高中畢業生能夠升入大學的情況底下，分設這些“高級課程”或一些程度上並非高級却帶專業性質的職業課程（如會計、金工、木工、……），顯得更為需要。我們願意重複林文沾的意見：“首先是制訂一個‘普通課程’，對象是全國的中學生，目的除了學習一些基本的數學技巧之外，還要使學生增加對數學這個文化活動的認識，並藉以訓練思維能力，培養科學的處事方法，樹立實事求是的做人態度。在這個‘普通課程’之外，再加上一個或幾個程度較為艱深的、目標不同的‘高級課程’，對象是數學學習能力強、數學興趣濃的高中學生，目標是訓練他們將來應付需要較多數學知識的學習或工作。”【19】香港的中、小學數學課程雖然說不上是完備，尤

其在文化修養方面做得非常不足，但在中學設有“普通數學”（中一至中五）和“附加數學”（中四至中五）的雙軌課程，這點是可取的。

《大綱》的內容，比香港的“普通數學”和“附加數學”的總和內容來得多、程度來得高，總的來說是一個偏高的課程。國內教育和科技停滯了差不多十年，為了奪回時間、迎頭趕上，出現課程偏高的現象，是可以理解的，但如果強求全國中學生跟隨一個偏高的課程，即使教師盡很大的努力，大部份學生還是跟不上，結果只會犧牲了他們，對國家培育各方面的人才來說，是個莫大的損失。以香港為例，近年來中學教育普及，小學畢業生基本上毋須經過甄別便升入初中，所以在中學的課室裏，幾乎有三分之一的學生是無法應付所授的課程，同級中學生的程度，參差可能超過兩年！在香港這個只有數十萬中學生的彈丸之地，情況尚且如此，中國地域遼闊，且有近億的中學生，情況當會更嚴重了。

我們建議把《大綱》分為兩個課程，一個是“普通課程”、一個是“高級課程”。基本上《大綱》初中的全部課程內容以及高中的部份課程內容（高一的冪函數、指數函數、對數函數、三角函數，二次曲線；高二的線性方程組，排列和組合，二項式定理，概率，對複數、微積分和電子計算機的簡介），經過適當整理——再強調一遍，經適當處理，即是省却“晦澀”部份，突出中心思想——按準備知識從新安排課題先後次序，便可以組成“普通課程”了。其中有些課題可能需要精簡壓縮，例如整式乘法、因子分解、圓等（由於內容描述是很簡單，我們只能從提供的課時推測內容之深度，例如這三個課題的課時分別為26、22、36（見【1】之第8、9、13各頁）。憑我們的教學經驗，如果要花這樣多的課時教這樣的課題，很可能是因為內容包括了不少“晦澀”的東西）；又例如用對數進行運算，以往我們也在這項課題上花了不少時間，但現時袖珍電子計算器日益普及，這項課題是可以刪除的（不過這不等於說可以刪除對數這項課題）。同時我們建議加強統計的內容，加入介紹流程圖、線性規劃等課題，因為它們在描述日常生活的現象時是有幫助的。《大綱》的其餘內容，可以組

成一個與“普通課程”並行的“高級課程”，在高中階段引入。我們還建議設立幾個“高級課程”，以培養不同的人才，應付不同的社會建設需要。特別地，我國大部份人口從事農業，居住在農村裏，應該有專為照顧農村需要的“高級課程”，針對農村的實際需要。農村的數學教學是今年八月中旬在美國舉行的第四屆國際數學教育會議上暫定的討論項目之一，我們希望國內的數學教育工作者到時多發表他們經由實踐總結出來的經驗，在這方面作出貢獻。

目前，統一的教學大綱可能也有現實需要，以保障有較劃一的水平，而且管理和考核是較容易。但我們認為多個教學大綱更能照顧不同地區、不同程度、不同興趣的學生的需要。我們還建議設立健全的教育測量制度，以鑒別不同的課程和教學法在不同的學校所產生的效果；既要找些成績好的重點學校試，也要選些平庸的甚至是慢班的學生試。“尖子”雖然有潛力把國家的科技推向高峯，但倘若對“後進”學生採放棄態度，不能因勢利導的話，結果不單無助於四個現代化，更要做成社會的包袱。

此外，對於那些數學能力特別高、數學興趣

特別濃的學生，我們提議給他們特別照顧，例如為他們安排額外教材、容許他們旁聽高年級甚至大學的課程、為他們舉辦數學的課外活動等等。除了各位數學教師以外，各地的數學會應該視此為任務之一。數學教育不是以中學畢業為終結階段，所以我們也提議數學工作者多編寫普及數學的課外讀物、多編寫可供畢業後自學進修的叢書、多作普及的數學講座、多協助設計有意思有趣味的數學展覽或者數學電影（例如英國倫敦的科學博物館、加拿大多倫多的科學中心、美國芝加哥的科學工藝博物館，都有不錯的數學展覽部門）等等。

我們願意推薦【19】和【20】這兩篇文章，給有興趣的讀者作進一步的參考。

### 結語

走筆至此，重閱全文，不禁覺得說話容易做事難。我們說了不少話，但沒有給出甚麼具體方案，皆因我們學養未深。但我們深信國內有心於數學教育之人一定不少，在羣策羣力底下，一定可以把我國的數學教育辦好的。

### 參考文獻

- 【1】 中華人民共和國教育部，《全日制十年制學校數學教學大綱（試行草案）》，人民教育出版社，北京，1978。
- 【2】 National Committee on Mathematical Requirements, “The Reorganization of Mathematics in Secondary Education”, the Mathematical Association of America, Washington, 1923
- 【3】 “National Advisory Committee on Mathematical Education, Overview and Analysis of School Mathematics, Grade K-12”, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, 1975
- 【4】 梁鑑添，“評論近二十年來中學數學課程改革”，本文集頁44-56。
- 【5】 周錫昌，美國《中小學數學教學總觀分析報告書》簡介，本文集頁65-73。
- 【6】 A. N. Whitehead, 《The Aims of Education and Other Essays》，Macmillan, New York, 1929
- 【7】 王通訊、雷禎孝，試論人才的知識結構，《人民教育》，10（1979），11-16頁。
- 【8】 Hermann Weyl 《Gesammelte Abhandlungen》，Springer-Verlag, Berlin, 1968
- 【9】 李儼、杜石然，《中國古代數學簡史》（港版），商務印書館，香港，1976

- 【10】 M. K. Siu (蕭文強), "Mathematics for Math-Haters", 《Intern. J. Math. Education in Science & Technology》, 8 (1977), pp 17-21
- 【11】 F. K. Siu, M. K. Siu (陳鳳潔、蕭文強) "History of Mathematics and Its Relation To Mathematical Education", 《Intern. J. Math. Education in Science & Technology》, 10 (1979), pp 561-567
- 【12】 蕭文強, 《為甚麼要學習數學?》, 學生時代出版社, 香港, 1978
- 【13】 蕭文強, "從數學發展看學習數學的方法和意義", 《數學教學途徑的探討》, 香港教育專業人員協會專刊 (1979), 18-21頁。
- 【14】 王梓坤, 《科學發現縱橫談》, 上海人民出版社, 上海, 1978。
- 【15】 F. Klein, 《Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint》 (English Translation), Dover Publications, New York, 1945
- 【16】 K. T. Leung, D. L. C. Chen, C. L. Chan (梁鑑添、郭麗珠、陳載禮), 《Basic Mathematics》, Books 1-3, Longman, Hong Kong, 1975-76
- 【17】 陳昌平, "法國中學數學教學見聞", 《數學教學》, 2 (1979), 41-46頁。
- 【18】 R. Wilder, 《Evolution of Mathematical Concepts》, John Wiley & Sons, New York, 1968
- 【19】 林文沾, "中學數學現代化的一些問題", 本文集頁36-40。
- 【20】 姚晶, "三十年中學數學教學的回顧和今後改革芻議", 《教育研究》, 4 (1979), 56-60頁。