

「歐先生」來華四百年

蕭文強

香港大學數學系

1. 眾所周知，五四運動（新文化運動）期間，中國出現了一位「德先生」（民主）和一位「賽先生」（科學）。相比之下，卻較少人注意，早此三個世紀，還有一位先行者「歐先生」來到古老中國的大地。我指的是歐幾里得（Euclid, c.325 B.C.- 265 B.C.），更確切地，是歐幾里得名著《原本》（*Elements*）所代表的西方數學——它的內容、思想和方法。

固然，把古代希臘世界的巨著《原本》代表西方數學，是一種過份簡單化的說法，猶如認為古代東方數學只有方法及計算，沒有解釋及證明，也同樣是一種過份簡單化的說法。況且，即使在當時（十七世紀）的西方，數學發展迅猛，已經超越古代希臘世界的成就。不過，際此盛會，紀念這一樁中西數學交融的重要歷史事績——利瑪竇與徐光啓合譯《幾何原本》四百週年紀念研討會，容許我斗膽採用一種簡單化但色彩較鮮明，表徵意味也較濃厚的說法，就以《原本》代表不遠千里，東渡而來的西方數學。

在意大利文藝復興期畫家拉斐爾（Raphael Santi, 1483-1520）的名畫「雅典學院」（*School of Athens*）中，我們可以在右下角找到歐幾里得和他的一群門徒（圖 1）。老師彎著腰在地上的石板上以圓規作圖，最年幼的一位門徒在旁邊聚精會神地聽，另外幾位年紀較長的門徒，一面觀看一面討論，學習氣氛既熱烈也融洽，充份表現師生之間的交流。在西方名畫出現這種場景，似乎可以說明《原本》——推而廣之，數學——在西方文化的重要地位。



的確，《原本》塑造的公理化思想體系，及以此為起點依循演繹邏輯推理的證明模式，成為西方數學的重要組成部份，尋且被視為西方數學的標誌，也是人類文化思想史上的一大貢獻。更有甚者，它對西方文化別的領域有深遠影響，無怪乎卡比那（Judith V. Grabiner）在 1986 年世界數學家大會上作了一個講演，題目就是「數學在西方文化思想史上的中心地位」（*The centrality of mathematics in the history of western thought*）〔後來刊登於 *Mathematics*

Magazine, 61 (1988), 220-230]；克萊因 (Morris Kline) 也在 1953 年寫了一本書，名為《數學與西方文化》(Mathematics in Western Culture, Oxford University Press, 1953)，以眾多例子闡述數學在西方文化中擔當怎樣的角色。歐幾里得著述的《原本》十三卷，素被譽為西方經典巨著，影響西方文化至深，豈僅止於一本以數學著述可以概括其博大精深的內涵。

至 1607 年，經克拉維斯 (Christopher Clavius, 1537-1612) 改編和評註的十五卷本《原本》傳入中國，以耶穌會傳教士利瑪竇 (Matteo Ricci, 1552 - 1610) 口譯，明代士大夫學者徐光啓 (1562 -1633) 筆授的方式合譯了前六卷，名為《幾何原本》(圖 2)。



徐光啓別具慧眼，雖然只讀到前六卷，他已經洞察該書的精神及長處，有言：「由顯入微，從疑得信，蓋不用為用，眾用所基，真可謂萬象之形囿，百家之學海。」(譯《幾何原本》原序)。由此他矢志會通中西之學，結合理論實踐，藉此推行傳統儒家經世致用的理想。有關徐光啓的傳記、貢獻和思想，西方傳教士在中國的工作及其影響，文獻多不勝數。有關《原本》的傳入對中國明清數學的影響，尤其清代兩度「西學東漸」的歷史因由與過程，也有多位數學史家作了精闢論述。至 1857 年英國傳教士偉烈亞力 (Alexander Wylie, 1815- 1887) 與清代數學名家李善蘭 (1811-1882) 以同樣合作方式續譯《幾何原本》〔但據別的改編版本〕，於 1857 年刊行，惜不久即遇上太平兵變及英法聯軍入侵，版燬無傳。遞至曾國藩 (1811-1872) 駐守金陵 (即今南京)，李善蘭向曾國藩述及此書之重要，獲其出資重印該書，十五卷足本 (前六卷乃明代利瑪竇與徐光啓合譯的刻本) 終於在 1895 年出版 (圖 3)，時距《原本》前六卷譯本面世相隔多於兩個半世紀矣！



Courtesy: from the University of Hong Kong Library

數學史家劉鈍以「從徐光啓到李善蘭——以《幾何原本》之完璧透視明清文化」為題（刊登於《自然辯證法通訊》，11（3）（1989），55-63），詳盡地剖析這段史實。

以上經過，本文也就不贅，只在本文結尾列舉一些書本文章，供讀者參考。我只打算說一個故事，略述《原本》——推而廣之，數學——在西方文化中，以及它傳入中國後在中國文化中，所起的作用和影響。對不少讀者而言，這個故事也許已是耳熟能詳，無甚新意。但回顧「歐先生」來華四百年的足跡，念及現況，不無徐光啓「後之視今，猶今之視昔也」（《農政全書》）之感！

2. 在古代希臘世界，數學被冠以崇高的地位。普羅克洛斯（Proclus, c.410-485）評註《原本》卷一說了這樣一段話：「它的名字〔數學（μαθηματική）——字的原義是指靠學習得來的知識〕說明了這門科學的功用，它激發了我們與生俱來的知識，喚醒了我們的智慧，滌清了我們的理解，揭示了本來就屬於我們的概念，把一貫以來纏繞著我們的朦朧與無知除掉，把我們從非理性的束縛中釋放出來；…」（英譯本見諸 G.R.Morrow, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, Princeton University Press, 1970）。

十七世紀英國哲學家霍布斯（Thomas Hobbes, 1588 -1679）的傳記裡有這樣一段敘述：當時他已經是四十歲，從來沒有讀過幾何，某天在朋友的書房裡看到案頭有一本打開的書，不經意瞧了一眼，那一頁剛好是《原本》卷一的第四十七條定理（直角三角形斜邊上的正方是另外兩邊上的正方之和），他對自己說：「那怎么可能呢？」爲了滿足自己的好奇心他便讀下去，看它怎麼解釋。但書上的證明卻用了前面一條定理，於是他又翻查那條定理，看它怎麼解釋；那條定理的證明又用了再前面一條定理；於是他繼續追查下去，如此這般，他追查到卷一開首第一條定理（給定一線段，必可以該線段爲邊構作正三角形），由是恍然大悟，對第四十七條定理深信不疑，並且由此愛上了幾何！

英國數學家、哲學家、文學家羅素（Bertrand Russell, 1872-1970）碰上《原本》，卻有另一番體驗，但同樣使他印象深刻，終身受用。在自傳中他說：

「十一歲時我開始研習歐幾里得的巨著〔《原本》〕，由哥哥作指導。這是我平生經歷的一件大事，令我目眩神迷，恍如初戀。……別人告訴我歐幾里得擅長證明定理，但開始我只見公理，叫人大失所望。初時我拒絕接受這些公理，除非哥哥給我一個好理由為何要接受它。哥哥說：「如果你不接受這些公理，我們便沒法學下去。」我很想學下去，只好極不情願地暫時接受了它。」

徐光啓與利瑪竇合譯《幾何原本》時對這回事倒說到點子上，他們把第一條公理「自此點至彼點求作一直線」譯作「第一求」，並且附註曰：「求作者不得言不可作」。公理（axiom）一詞源自希臘詞 *axioma*。有請求之意。匈牙利數學史家查保（Árpád Szabó）認為數學證明的產生，是受到希臘哲學，尤其是公元前五世紀的厄里亞辯證學派（Eleatic School）的推動。當時的人對辯時，雙方的論點乃基於某些大家都接納的命題為出發點，這些命題稱為「假說」，雙方均認為毋須對「假說」再加說明或證實。要是碰到有些命題並非雙方都願意接納的話，一方只好請求另一方先接納它作「假說」，以後一切論證均基於這些「假說」，也即是後來數學上稱作的公理。如果對方不接受這個請求，便有如羅素哥哥所言，雙方也就無從說下去了。

二十世紀的偉大物理學家愛因斯坦（Albert Einstein, 1879-1955）幼年時碰上歐幾里得幾何，又是另一番感受。在 67 歲時他寫了一篇自傳（刊登於 P.A. Schilpp (ed.), *Albert Einstein : Philosopher-Scientist*, Tudor, 1949）提及他的童年學習經驗：

「十二歲時我經歷了平生中第二樁奇妙的事情，與第一樁的性質極不相同；學期初我獲得一本小書，是講述歐幾里得平面幾何的〔那是 E.Heis, T.J. Eschweiler, *Lehrbuch der Geometrie zum Gebrauch an höheren Lehranstalten*, Du-Mont & Schauberg, 1867〕。」

他特別提到一條叫他著迷的定理，就是任意三角形的三條垂線必共點。他描述當時內心感到的興奮和愉悅：

「那種清晰與確定，給我的印象深刻得難以形容。…希臘人首次讓我們看到，如何在幾何上憑著純理性思考達致這種程度的確定與純潔，實在叫人非常驚訝。」

綜合以上所說，我們或能更好明白為何希臘哲學家柏拉圖（Plato, c.427 B.C.- 347 B.C.）在他的學院門上掛著「不諳幾何者不得進內」的牌子。他欲通過學習數學使年青人能憑藉純心智認識世界，使心靈本身更容易從暫存的世界過渡到真理和永恒。他的名著《理想國》（*The Republic*）詳細描述學院的課程，包括算術、幾何、天文和音樂，後來到了羅馬時代這四門學科被稱作「四道」（*quadrivium*），再加上「三道」（修辭學、辯證法和語法）便合成為中世紀歐洲博雅教育的七門學科（*liberal arts*，原意是適合自由人的教育，以解放思想，破除成見）。

固然，古代中國也有「六藝」的設置，《周禮·地官司徒下》有言：「保氏，掌諫王惡，而養國子之道，乃教之六藝，一曰五禮、二曰六樂、三曰五射、四曰五馭、五曰六書、六曰九數」，最後一項便是數學。話雖如此，但看看公元三世紀中葉三國魏晉人劉徽（265 年前後）注《九章算術》時在序言裡說的話：

「且算在六藝，古者以賓興賢能，教習國子。雖曰九數，其能窮纖入微，探測無方。至於以法相傳，亦猶規矩度量，可得而共，非特難為也。當今好之者寡。故世雖多通才達學，而未必能綜於此耳。」

便知道數學在古代中國的教育地位，與西方並不一樣，數學活動只局限於少數的一群人而已。

西方到了十六世紀，數學的社會功能與教育價值雖然與古代希臘世界相比，已經有所轉變，但傳統依然；加上繼承了由中世紀伊斯蘭文化保存且發揚光大的古代東西方數學文化，更是如虎添翼，數學發展一日千里。這段時期的重鎮人物英人培根（Francis Bacon, 1561-1626）在他的散文《論學習》把數學與其他科目並列，讚曰：

“Histories make men wise; poets, witty; the mathematics, subtle; natural philosophy, deep; moral, grave; logic and rhetoric, able to contend.”

（這段文字很難翻譯得準確貼切，故原文照錄。）

法國哲學家、數學家笛卡兒（René Descartes, 1596-1650）撰寫了著名的《方法論》（*Discours de la methode pour bien conduire sa raison, et chercher la verité dans les sciences*, 1637），內中提到：

「幾何學家運用一連串長長但簡單易懂的推理去證明困難的結果，這令我想到，一切事物都能用這種方法變成人類的知識。」

培根建議運用智性去考察事實資料尋求知識，是歸納的方法；笛卡兒建議運用數學的演繹方法進行這件工作。證諸後世發展，二者相輔相成，不可偏廢，兩人對科學思想都有重大貢獻。「數學化」的思想方式在十七世紀很受重視，德國哲學家、數學家萊布尼茲（Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646-1716）甚至提出口號：「*Calculamus*，讓我們計算」，按照他說的，甚麼爭論都可以用計算擺平！德國文學家、哲學家諾華萊士（筆名 Novalis, 1772-1801）說過一段耐人尋味的話：「全部知識都應該變為數學，但至目前為止，我們知道的數學只不過是真正科學精神所顯示出來最淺易的表達形式而已。」可惜諾華萊士早逝，在留下的文稿中不容易了解他心裡想的究竟是什麼。

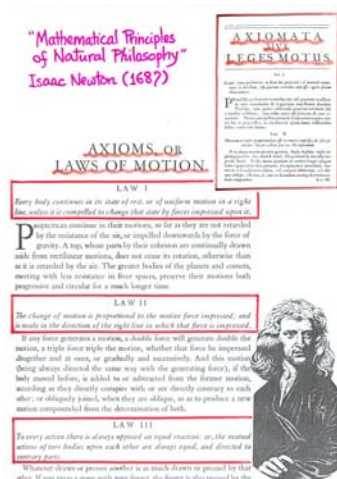
也不是所有西方哲學家都認同這種樂觀的「數學化」思想，譬如意大利思想家維柯（Giovanni Battista Vico, 1668-1744）便認為數學乃產自人性的自我隔離，故無法用以了解人性；而法國數學家、哲學家帕斯卡（Blaise Pascal, 1623-1662）在其《沉思錄》（*Pensée*, 1657/1658）寫下一句名言：「人心有其理智，那是理智一無所知的（*le cœur a ses raisons que la raison ne connaît pas*）」。博學之士德人歌德（Johann Wolfgang von Goethe, 1749-1832）對數學有頗為不客氣的批評：「我們常常聽到有人說數學是精確的學問，其實它並不比其他學問更精確。它是精確，只因為人們只把它用於可以確定知道答案的場合吧。」他也說：「數學不能消除偏見，不能減輕固執想法，不能緩和派別爭執：在道德領域裡數學沒有任何影響。」（見諸 Simona Draghici, *Maxims and Reflections of Johann Wolfgang von Goethe*, Plutarch Press, 1997）。還是法國數學家柯西（Augustin-Louis Cauchy, 1789-1857）在他的課本《分析課程》（*Cours*

d'analyse, 1821) 序言裡說得更中肯：「讓我們勤懇地發展栽培數學，但不要企圖把數學延伸至超越它的範疇。請不要以為我們可以運用公式去研究歷史，也不要以為我們可以用道德標準去認可代數或者微積分的定理。」

到了二十世紀五十年代末，英國科學家、文學家斯諾（Charles Percy Snow, 1905-1980）在劍橋大學給了一個著名的講演，題為「兩種文化」（The Two Cultures），討論科學家與人文學者之間本來不應該存在的鴻溝。「文化」一詞有兩種含意，一方面是「那些表徵人性本質和才能的和諧發展」〔引用英國詩人柯爾律治（Samuel Taylor Coleridge, 1772-1834）的話〕，另一方面是指「生活於同一環境，由共同習慣、想法和生活方式聯結起來的群體」。由此可以見到「文化」有其內外因素，認識到這一點，有助於了解不同文化交會或者衝擊時的歷史發展。德國哲學家史賓格勒（Oswald Spengler, 1880-1936）在他的名著《西方的沒落》（*Der Untergang des Abendlandes*, Vol.1, Verlag Braumüller, 1918; Vol.2, Verlag C.H. Beck, 1922）論及歷史上各個文化均有興衰，如生物生長，也如季節轉變。當中他用了整整一章談及數學，因為他認為數學乃重要的文化表徵，不同文化裡數學的發展及風格是探討該文化的關鍵題材。二十世紀著名的英國歷史學家湯因比（Arnold Joseph Toynbee, 1889-1975）窮廿年之力寫成《歷史研究》十二大卷（*A Study of History, 12 volumes*, Oxford University Press, 1934-1961）。在自述中他提到高中時代的一件往事：十六歲時，他必需作出一項選擇，是學習微積分，還是完全放棄數學而專注於學習希臘文及拉丁文經典。他選擇了後者，多年後回頭看卻懊悔不已。他認為人人都需要認識一點微積分，因為它有如「一艘裝備齊全、揚帆出航的船，是現代西方偉大成就的一項表徵」。也就是說，他把數學視為人類智性追求的成就，非僅作為工具而已。十九世紀博物學家達爾文（Charles Robert Darwin, 1809-1882）也曾在自傳裡懊悔自己當年以為數學無用沒有把它學好，他認為懂一點數學基本要點的人，好像比別人多了一重感覺！

3. 《原本》確立了公理化的思想體系，在西方曾經被奉為以理性追求確定知識的圭臬，很多有名的著述都按照這種思想體系寫成。

最有名的例子當推牛頓（Isaac Newton, 1643-1727）的巨著《自然哲學之數學原理》（*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, 1687），在書的開首他先列明三條有關運動的公理（圖 4），

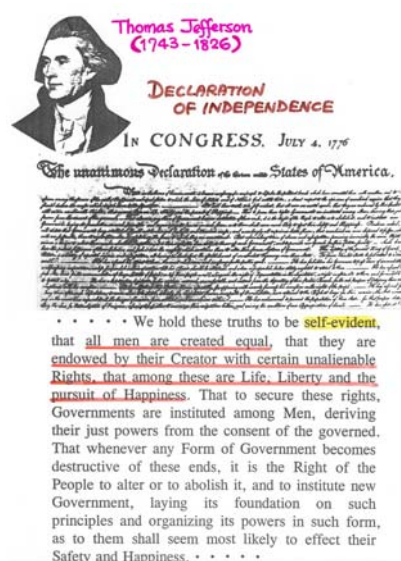


即是每個中學生在物理課上學過的「牛頓運動三大定律」。然後就像《原本》那樣，從這些公理出發他證明了一條又一條的定理。有趣的一點是，我們都知道牛頓發明了微積分，憑著這件有力的新工具解決了很多前人沒有解決的問題，但在他的書裡，他卻運用歐氏幾何的綜合方法證明他發現的新結果。這涉及牛頓在學習幾何過程中的思路歷程，本身是一項非常有意思的議題，不在這兒細述，有興趣的讀者請參看韋斯特福爾撰寫的牛頓傳記（Richard S. Westfall, *Never at Rest; A Biography of Isaac Newton*, Cambridge University Press, 1980）。由此，可以看到《原本》對當時的學者影響之深。

其次有名的例子是猶太裔荷蘭哲學家斯賓諾莎（Baruch Spinoza, 1632-1677）的《倫理學》（*Ethics*, 1675），完全按照《原本》的體裁鋪陳他的論述，第一章以八個定義和七條公理開始，由此證明了八條定理，還有系理，甚至在證明的結尾加上唸數學的人都熟悉的 Q.E.D.（拉丁文 *quod erat demonstrandum* 的縮寫，意即「這就是要證明的」）！

十八世紀後期英國政治經濟學家馬爾薩斯（Thomas Malthus, 1766-1834）著有《人口論》（*An Essay on the Principle of Population*, 1798），也在開首先作兩個假設，在書上他把這兩個假設叫做「公設」（*Postulata*）：（1）對於人類的生存，食物是必需的；（2）兩性之間的情慾是必需的，並且將以相近目前的狀態持續下去。由這兩個「公設」他論證人口增長率較諸地球能為人類生產食物的增長率大上無限倍，前者以幾何級數增加，後者僅以算術級數增加。由此他得出結論，人類的進步不是全無限制的，他悲觀地預測「人種也不可能依靠任何理性的努力逃脫這項法則。… 在人類中間，其後果是苦難和罪惡。」撇開他的預測有沒有考慮全部因素，或者是否正確不論，他的推斷手法明顯是受到《原本》影響。

美國開國元勳之一的哲斐遜（Thomas Jefferson, 1743-1826）在 1776 年起草《獨立宣言》（*Declaration of Independence*）（圖 5），當中亦透露出《原本》風格的影響。



這份文化先宣佈「自明之真理」（不用證明的公理），即是「人皆生而平等，每人均由造物主賦予某種不可剝奪的權利，其中包括生存、自由與謀求幸福的權利」。基於這些公理，宣言論證美洲大陸的英國殖民地應成爲自由獨立的國家。順帶一提，哲斐遜受過的數學訓練，以美洲殖民地教育水平而言，算是挺不錯的，在他與朋友的書信中也提過他喜歡閱讀歐幾里得〔的《原本》〕！

哲斐遜是美國第三任總統，美國另一位總統（第十六任）林肯（Abraham Lincoln, 1809-1865）也喜愛數學，在自傳中他提到在擔任國會議員期間熟讀了《原本》前六卷，無怪乎他曾經說過：

「任何人都有極大信心說服一位願意講道理的小孩，使他接受歐幾里得那些較簡單的定理；但如果對方不接受定義和公理的話，他便完全束手無策，以失敗告終。哲斐遜定下的原則是自由社會的定義和公理。」

在 1863 年十一月林肯在葛底斯堡（Gettysburg）公墓前作了一個非常有名的演說，開首一句便是：

「八十七年前，我們的先輩在這塊大地上創建了一個新的國家，孕育於自由，奉行人皆生而平等的原理（proposition）。」

在西方社會，數學常常在數學以外的其他領域佔一席位。譬如藝術，文藝復興期的博學通才達文西（Leonardo da Vinci, 1452-1519）便說過類似柏拉圖學院大門上面的話：「不諳數學者不要試圖明白我（Let no one read me who is not a mathematician）」。其實，文藝復興期的著名美術家同時也是數學家，除了達文西，還有亞爾貝蒂（Leone Battista Alberti, 1404-1472），弗蘭切斯卡（Piero della Francesca, 1412-1492），丟勒（Albrecht Dürer, 1471-1528）等。瑞士的現代藝術家、建築師比爾（Max Bill, 1908-1994）說過：

「我深信一種嶄新的藝術形式有可能演化出來，是藝術家基於豐富數學思想內容做出來的作品。…但藝術明顯地既要求感覺也要求理性。」
〔Die mathematische Denkweise in der Kunst unserer Zeit, Werke 3 (1949).〕

原籍瑞士的法國建築大師、美術家、雕塑家柯布西耶（Le Corbusier, 真名爲 Charles-Eduard Jeanneret-Gris, 1887-1965）說：

「數學是人類構思的偉大建築，用以了解宇宙。它包含了絕對的，也包含了無限的；它包含了可以明瞭的，也包含了永遠捉摸不到的。」

現代美術大師畢卡索（Pablo Picasso, 1881-1973）說得更精采：

「我們都知道藝術並不是真理，藝術是謊言；然而這謊言能夠教育我們去認識真理，至低限度認識我們能夠達致的真理。」

如果把「藝術」一詞換作「數學」，我認爲完全適用，並且道出了數學的本質！

霍夫斯塔（Douglas Hofstadter）寫了一本非常有趣的書，題爲「GBF：一條永恒的金帶」（Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid, Harvester

Press, 1979)，把一位數理邏輯家哥德爾（Kurt Gödel, 1906-1978），一位美術家艾歇爾（Maurits Cornelis Escher, 1898-1972）和一位音樂家（Johann Sebastian Bach, 1685-1750）拉在一起，顯示了數學、美術和音樂的奇妙共通點。

在西方文學，歐幾里得（代表了數學）亦不時出現。在 1914 年美國詩人林賽（Nicholas Vachel Lindsay, 1879-1931）寫了一首佻皮短詩，描述老人歐幾里得與一位稚子在沙灘上繪畫圓圈的故事；老人沉迷於幾何證明，小兒卻被那些月亮圖畫吸引過去！另一位美國女詩人米萊（Edna St. Vincent Millay, 1892-1950）在 1920 年寫的一首詩，首句便是「歐氏獨覽真純美」（Euclid alone has looked on Beauty bare）。英詩對數學的最高禮讚來自英國浪漫主義「桂冠詩人」華茲華斯（William Wordsworth, 1770-1850），在他的長詩「序曲」（Prelude, 1805，但 1850 才出版），多處提到幾何，尤其有一幕描述一位在海上遇到事故倖存的人，沉船後登上一個荒島，除了匆匆帶在身邊的一本數學書〔《原本》乎？〕，孑然一身！但他在沙灘上繪圖做幾何題自娛，竟樂以忘憂，讚嘆曰：「心靈充滿圖形，抽象思維魅力何其巨大。… 純粹智性，創建了獨立的世界。」這使人想起一幅版畫，蘇格蘭數學家格雷戈里（David Gregory, 1659-1708）把它用作卷頭插畫，放在由他編撰的歐幾里得著作彙編（*Euclidis Quæ supersunt Omnia*, 1703）前頁（圖 6）。



畫中有三位古代學者沉船後獲救上岸，在沙灘見到有些幾何圖形畫在地上，高興得大叫：「不要害怕，我看見了人類文化的足跡！」

還有十九世紀俄國作家陀思妥耶夫斯基（Fyodor Dostoyevsky, 1821-1881）的小說《卡拉馬佐夫兄弟》（*The Brothers Karamazov*, 1879/1880）裡有一段兩兄弟的對話，竟用上了非歐幾何！數學史上第一個非歐幾何〔雙曲幾何（hyperbolic geometry）〕，在十九世紀二十年代末三十年代初才面世，作家用上它，可謂緊貼數學發展，又或者說明了這個數學發現在當時的文化圈子裡也有反響。

非歐幾何在西方數學史的故事，綿延二千多年，溯源於《原本》的「第五公設」（the Fifth Postulate）（等價於後來被引入的「平行公設」）。在十九世紀發生的事情，進一步說明《原本》在西方思想史擔當的重要角色，豈僅止於

一本數學書而已。在這兒我不敘述這段故事，只介紹當時發現非歐幾何的兩位數學家，其一是匈牙利的年輕人波爾約（János Bolyai, 1802-1860），另一位是比他年長十歲的俄羅斯人羅巴切夫斯基（Nikolai Ivanovich Lobachevsky, 1792-1856）。波爾約的父親老波爾約（Farkas Bolyai, 1775-1856）有位老同學是當時名滿歐洲的德國數學家高斯（Carl Friedrich Gauss, 1777-1855），年青時他們兩人經常討論這個「第五公設」的爭議，所以老波爾約馬上把兒子這項了不起的成就告訴高斯，誰料得到的回覆卻叫他既詫異也沮喪，因為高斯劈頭便說：「如果我開始便說我不能稱讚這項工作，你一定非常詫異，但我無法不是這樣說，因為稱讚它即是稱讚我自己。」原來高斯很早已有相同的發現，但他缺乏勇氣面對旁人反對這驚世駭俗的反傳統意念，一直沒有發表出來。當時統治歐洲思想界的德國哲學家康德（Immanuel Kant, 1724-1804）提出的認識論裡，歐氏幾何乃先天綜合型知識的典型代表，是最有價值的知識（後天型知識不可靠，分析型知識無新知）。歐氏幾何乃天經地義，連高斯也不願「冒天下之大不韙」提出相反的看法！由此可見歐氏幾何並不只是統治了數學界，也影響了思想界。由「第五公設」爭論引起的探討，透過高斯和黎曼（Georg Friedrich Bernhard Riemann, 1826-1866）的慧眼，揭示了幾何與物理的深刻關係，引致二十世紀愛因斯坦給時空及引力數學闡述，此乃後話矣。

4. 近代學者梁啟超（1873-1929）在《清代學術概論》提及「自明之末葉，利瑪竇等輸入當時所謂西學者於中國，而學問研究方法上，生一種外來的變化。其初惟治天算者宗之，後則漸應用於他學。」（原刊載於《改造雜誌》，1920/1921）。另一位學者陳寅恪（1890-1969）指出「夫歐幾里得之書，條理統系，精密絕倫，非僅論數論象之書，實為希臘民族精神之所表現。此滿文譯本及數理精蘊本皆經刪改，意在取便實施，而不知轉以是失其精意。」（《幾何原本》滿文譯本跋，原載《歷史語言研究所集刊》第二本第三分（1931））。可見國人已看到《原本》的文化意義，但其實徐光啓早於譯成《幾何原本》之時已深明此理。

徐光啓學習《原本》前六卷——更確切地，是克拉維斯改編本的前六卷——對西方的數學思想有相當深刻的認識，與他接觸西學前的用心學習不無關係。到了明代，不少中國古代數學典籍已經佚失不全。程大位（1533-1600）在1592年著述《算法統宗》，結尾一章列舉五十一本數學典籍，當中有十八本是明代數學家的作品，明代之前的書本，幾乎完全沒有宋元四大家〔李治（1192-1279），秦九韶（c.1202-1261），楊輝（c.1238-1298），朱世傑（c.1260-1320）〕的著述，除了四本楊輝的書和一本由顧應祥（1483-1565）按照李治的《測圓海鏡》編撰的刪節本。徐光啓年青時候讀到的數學書籍，主要應該是程大位的《算法統宗》及另一位明代數學家吳敬（1450前後）在1450年編撰的《詳解九章算法》，他也應該懂得古籍《周髀算經》。在還沒有接觸西學之前，在1603年他向上海知縣劉一曠上書《量算河工及測驗地勢法》，文章內容顯示他掌握了測量及勾股的知識，不過就像很多中國古算書一樣，對於這些方法的道理他並沒有多加說明。幾年後他從利瑪竇那兒學了西方的幾何及測量，結合中西之學，在1608年著有《測量異同》及《勾股義》，對中國古算書的方法作了解說。

雖然客觀條件局限了徐光啓對中國傳統數學的認識，他並非是只懂菲薄中學盲目崇拜西學之輩。固然，他曾在「刻《同文算指》序」（1614）說過這樣的話：「即其數學精妙，比於漢唐之世十百倍之，…雖失十經，如棄敝屣矣。」好像十分看不起「舊術」（中國傳統數學）。但這類「偏激過火」之言，也許是一時憂心而發；況且，在同一篇文章，他也提到「唐六典所列十經〔指《算經十書》〕，博士弟子五年而學成者，又何書也？由是言之，算數之學特廢於近世數百年間爾。廢之緣有二：其一為名理之儒土苴天下之實事；其一為妖妄之術謬言數有神理，能知來藏往，靡所不效。…益復遠想唐學十經，必有原始通極微渺之義，若止如今世所傳，則浹月可盡，何事乃須五年也？」

徐光啓明白中國傳統數學——至少是他所認識的中國傳統數學——之不足，從學習《原本》中他看到西方數學的長處，在以後的著述中他處處提及這一點。利瑪竇在日記裡有以下的敘述：

「…但中國人最喜歡的莫過於歐幾里得的《原本》。也許是因為沒有人比中國人更重視數學了，儘管他們的教學方法與我們有別；他們提出各式各樣的命題，卻都沒有證明。這樣一種體系的結果是任何人都可以在數學上隨意發揮自己最狂放的想像力而不必提供確鑿證明。他們看到歐幾里得與之相反的一個不同的特色，亦即命題是按特定次序作敘述，而且對這些命題給予的證明是如此確鑿，即使最固執的人也無法否認它們。」

〔金尼閣（Nicolas Trigault）在1615年編撰，英譯本為 Louis J. Gallagher, *China in the Sixteenth Century: The Journals of Matthew Ricci, 1583-1610*, Random House, 1953〕

利瑪竇有此言，是因為如同徐光啓一樣，他亦無從知道中國傳統數學並非只有方法及計算，其實也有解釋及證明。就當時的情況而言，可以說徐光啓領會到了《原本》的精神。在「題《測量法義》」（1608）他說：「西泰子之譯測量諸法也，十年矣。法而系之義也，自歲丁未始也。曷待乎？於時幾何原本之六卷始卒業矣，至是而後能傳其義也。是法也、與周髀九章之句股測望、異乎？不異也。不異、何貴焉？亦貴其義也。」又在「《測量異同》緒言」（1608）說：「九章算法句股篇中故有用表、用矩尺測量數條，與今譯測量法義相較，其法略同。其義全闕，學者不能識其所繇。既具新論，以考舊文，如視掌矣。」多年後在治曆期間，他再強調這一點，譬如在1630年向朝廷上「測候月食奉旨回奏疏」當中有言：「不知其中有理、有義、有法、有數。理不明不能立法，義不辨不能著數。明理辨義，推究頗難；法立數著，遵循甚易。…此則今之愈繁，乃後之愈簡；以臣等之甚難，開諸臣之甚易，何足畏哉！」

徐光啓如此看重西方數學這一點長處，主要是為了更好運用數學於天文、軍事、曆法等事情。劉鈍在他的文章論及《幾何原本》之完璧已經指出，徐光啓「刻《幾何原本》序」（1607）短短一篇文字中出現了十一次「用」字！自他跟隨利瑪竇學習西算之後，他多次指出「蓋凡物有形有質，莫不資於度數故耳」（「條議曆法修正歲差疏」1629），正好呼應同時代人，意大利科學家伽利略（Galileo Galilei, 1564-1642）的名言：「大自然的奧秘都寫在這部永遠展開在我們面前的偉大書本上，如果我們不先學會它所用的語言，就不能了解它，…這部書是用數學語言寫的。」就這角度看，深為徐光啓詬病的「謬

言數有神理」，或者可以看作是古人喻意式的誇張說法而已，有如《孫子算經》（公元四世紀）原序說：「夫算者，天地之經緯，群生之元首，… 歷億載而不朽，施八極而無疆。」可云包羅萬有，把數學形容得出神入化。但簡而言之，不又是數學乃大自然的語言嗎？不過徐光啓顯得實際多了，他提出「且度數既明，又可旁通眾務，濟時適用，……」（「條議曆法修正歲差疏」，1629），更明確列出「度數旁通十事」：「其一（天氣），其二（測量），其三（樂律），其四（軍事），其五（會計），其六（建築），其七（機械），其八（輿圖），其九（醫學），其十（時計）。右十條於民事似為關切。臣聞之周髀算經云：禹之所以治天下者，句股之所繇生也。蓋凡物有形有質，莫不資於度數故耳。」

西方到了十九世紀初，法國哲學家孔德（August Comte, 1798-1857）提出以數學為基，逐步擴展至各學科，最終達致最有用的社會學，故被尊為「社會學之父」，那是更進一步發展「度數旁通十事」了！同時代的比利時數學家、科學家凱特勒（Aldophe Quetelet, 1796-1874）成功地把統計方法引入社會科學，擴闊了數學的應用範圍。時至今日，數學應用已從傳統的物理、化學、工程，擴展至社會科學、經濟金融以至生物科學，我們不妨說「度數旁通萬事」。回頭再看古人「虛玄幻妄之說」（徐光啓語，見「刻《同文算指》序」），大概也不會認為是誇大其詞吧！

徐光啓非常盼望別人也能達到他一樣的認識，從學習《原本》入手。在「《幾何原本》雜議」（1607），他表達了這種期望：「意皆欲公諸人人，令當世亟習焉，而習者蓋寡。竊意百年之後必人人習之，即又以為習之晚也，而謬謂余先識，余何先識之有。」可惜事與願違，清初杜知耕（1685年前後）著《數學鑰》（1681），友人李子金作序有言：「京師諸君子即素所號為通人者，無不望之反走，否則掩卷而不談，或談之亦茫然而不得其解。」

從數學發展角度看，《幾何原本》譯成後，沉寂了好一段時期，至清代康熙年間第一次「西學東漸」，雖然引進了一些西方的數學，但中國數學家對西方數學精神的掌握，已不如徐光啓之深刻。其後因數學以外的原因，興起了「西學中源」的說法，更加沖淡國人對西方數學精神的認識。至道光咸豐年間第二次「西學東漸」，中國已經處於被動形勢，急欲學習西方科技以自強，也就不容易看到西方崛起的文化背景和科學精神之重要了。

因此，就數學發展而言，《幾何原本》對中國本土數學雖然有影響，但不算大。舉一個例子，《幾何原本》在中國，並沒有激發起像在西方數學世界綿延逾二千年的「第五公設」爭論，導至「非歐幾何」思潮與及隨之而發生一連串對數學本質的反思。中國數學在十九世紀中葉以後步入現代化，但所謂現代化，也就是西化，由西方數學作主導，至今依然。當然，中國數學家融入現代（西方）潮流也是好事，而且不少中國數學家對現代數學貢獻亦不少，但有時我不期然想起史賓格勒的學說。西方數學由十六十七世紀至今獨領風騷，間接地說明西方文化佔了主導地位；在歷史長河，五百年算不了什麼，這種盛況只是一個片斷而已。

《幾何原本》在中國大地上於數學與應用的影響，雖然遠不如徐光啓預期之廣之深，但他可能想不到他撒下了種子，卻在他想像不到的領域開花結果。《幾何原本》的引進，乃西學傳入中國的起步，接著的二百多年間，越來越多西方書籍給翻譯成中文，吸引了越來越多中國知識份子去學習西學，其中又以數學和科學特別受到注意。有兩位人物在這兒不能不提，就是康有為（1858-1927）與譚嗣同（1865-1898）。

按照康有為的年譜，廿二歲時他「漸收西學之書，為講求西學之基矣」，至二十五歲時經上海「大購西書以歸，十一月抵家，自是大講西學，而盡釋故見」，廿七歲時「旁收四教，兼為算學，並涉獵西學書」，二十八歲（1885年）「從事算學，以幾何著人類公理」。《人類公理》一書，後編為《實理公法全書》，依《幾何原本》公理化風格寫成（圖 7），後來他以此為基礎，把它擴充而成他的名著《大同書》。



可惜同年他因大病而「腦亂病久，記性遂衰，從此不敢復致力於算學」。但康有為的學說，影響了他的學生，包括梁啟超和譚嗣同，三人都是推動近代中國進展的歷史人物，涉入 1898 年的歷史事件「百日維新」與「戊戌政變」。可惜變法失敗，康梁逃亡日本，而譚則被捕處死，從容就義。

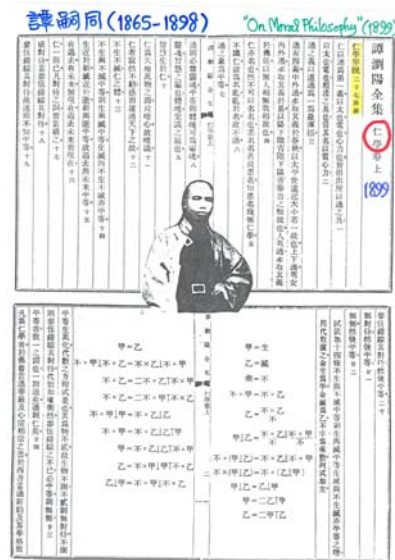
譚嗣同不只自己鑽研數學，他還明白數學能培養人材，所以在 1895 年寫了一篇《興算學議》，向歐陽中鵠建議在家鄉瀏陽（湖南省）開設算學館以儲才。他撰寫了算學館章程，有言：

「一·本館之設，原以培植人材，期臻遠大，並非為諸生謀食計。算學為格致初基，必欲詣極精微，終身亦不能盡。

……

一·古者六藝，禮、樂、射、御、書、數，算特其一。即論西人致用，自算學始，不自算學止。諸生所學，當先立乎其大者，重倫常，慎言行，崇禮義，尚廉恥。而於所業則勿忘，勿助長，無欲速，無見小利，知及仁守，富有日新，然後體立用行，推己及物。…」

譚嗣同著《仁學》（1899），為變法奠定理論基礎。該書以公理化體裁寫成，顯示《幾何原本》予他的影響。書的內容不是論述數學，敘述中卻出現數學表達形式（圖 8），不期然使人想起西方斯賓諾莎的《倫理學》來。



5. 西方的幾何教育，長期以來均基於《原本》，包括不同時期由不同數學家編寫的版本，內容細節上或有出入，但基調無改。至十八世紀法國數學家克萊賀（Alexis Claude Clairaut, 1713-1765）以不相同的教學觀點寫成《幾何原理》（*Éléments de géométrie*, 1741 初版, 1753 再版），以直觀及應用作切入點，並不依循《原本》的純公理化處理方式，卻力求學的人明白箇中脈絡與定理鋪排的動機。後來另一位法國數學家勒讓德（Adrien-Marie Legendre, 1752-1833）在 1794 年寫了一本同名的幾何教本，回到《原本》的公理化處理方式，但加入當時的數學知識把闡述改得更流暢易明，大受歡迎。其後出了很多個修訂版，至 1852 年被譯作英文，譯者是當時美國西點軍校數學系主任戴維斯（Charles Davies, 1798-1876）。該課本在英美甚為流行，至二十世紀初而不稍衰。

十九世紀中葉而後百年間，幾何課改革起伏不已，除了學習方法及課程內容外，學習的理念及目的也有轉變。英國的情況是一個鮮明例子，對維持《原本》的古典教育抑或引入新的幾何教育分成兩派。有興趣的讀者請參看理查德斯（Joan L. Richards）的著述《數學遠景：維多利亞時代英倫的幾何教育》（*Mathematical Vision: The Pursuit of Geometry in Victorian England*, Academic Press, 1988），於此不贅。

這種爭論在二十世紀六十年代再度點燃，法國數學家迪厄多內（Jean A. Dieudonné, 1906-1992）提出「不要歐幾里得」（Euclid must go）的口號，在當時支持及反對的兩方爭辯得頗激烈，有興趣的讀者請參看賀爾遜（Albert Geoffrey Howson）的文章「幾何：1950-70」（收於：D. Coray et al (eds.), *One Hundred Years of L'Enseignement Mathématique: Moments of Mathematics*

Education in the Twentieth Century, L'Enseignement Mathématique, 2003, 115-131), 也於此不贅。

其實，幾何教育的價值，不僅有其技術內容的一方面及訓練邏輯思維的一方面，也不僅因為它是橫跨嚴謹邏輯式紀律與天馬行空式創意，而且介乎抽象理論與實際空間的一個學科，既易引起學習熱情又能培養嚴謹的工作習慣。較少受到重視的，是幾何教育在德育方面的作用。要是我們回顧「歐先生」初抵中國時徐光啓如何看重幾何學習的德育元素，似乎要生出一些今不如昔的感嘆！

徐光啓的「《幾何原本》雜議」乃不可多得之佳作，值得細讀，在數學課以外也不妨用作教材。他說：「下學工夫有理有事；此書為益，能令學理者祛其浮氣，練其精心，學事者資其定法，發其巧思，故舉世無一人不當學。」又說：「此書有五不可學：燥心人不可學，驕心人不可學，滿心人不可學，妬心人不可學，傲心人不可學。故學此者，不止增才，亦德基也。」並不是說讀了幾何即成為聖人（數學家群中也有德行不是那麼完美的人），但正如徐光啓所言，數學對人的品格培育和處事態度，有一種潛移默化作用。學習初等平面幾何，其實就有陶冶人的品格、鑒賞真善美的啓蒙作用，如果學校只把數學看作一種實用工具的話，就連這一點作用也抹掉了。

剛於數年前逝世的俄羅斯數學教育家沙雷金（Igor Fedorovich Sharygin, 1937-2004）對幾何情有獨鍾，並且說過：

「幾何乃人類文化重要的一環。…幾何，還有更廣泛的數學，對兒童的品德培育很有益處。…幾何培養數學直覺，引領學生進行獨立原創思維，…幾何是從初等數學邁向高等數學的最佳途徑。」

他還說：

「學習數學能夠樹立我們的德行，提昇我們的正義感和尊嚴，增強我們天生的正直和原則。數學境界內的生活理想，乃基於證明，而這是最崇高的一種道德概念。」

今天，有多少數學教師仍然懷著這種信念在課堂上授課呢？這使我想起歷史學者巴森（Jacques Barzun）〔今年正好是他的一百週年誕辰〕說過一句話：「教學不是逝去了的藝術，然而對它的尊重卻是逝去了的傳統。」（“Teaching is not a lost art, but the regard for it is a lost tradition.” 見諸 *Newsweek*, December 5, 1955）

6. 本文開首已經說過，敘述內容像個故事多於像一篇學術論文，所以參考文獻也沒有按照學術論文的規格臚列。不過，有些書本文章對我的幫助很大，是要寫下來供讀者參考的。

(1) 關於徐光啓的研究，文獻多不勝數，這兒只列出一本文集：

Statecraft and Intellectual Renewal in Late Ming China: The Cross-Cultural Synthesis of Xu Guangqi (1562-1633), edited by Catherine Jami, Peter Engelfriet, Gregory Blue, Brill, Leiden, 2001.

書內與《原本》特別有關係的有下列幾篇論文：

- K. Hashimoto, C. Jami, From the *Elements* to calendar reform: Xu Guangqi's shaping of mathematics and astronomy, pp.263-278.
- P. Engelfriet, M.K. Siu, Xu Guangqi's attempts to integrate Western and Chinese mathematics, pp.279-310
- Q. Han, Astronomy, Chinese and Western: The influence of Xu Guangqi's views in the early and mid-Qing, pp.360-379.
- W.S. Horng, The influence of Euclid's *Elements* on Xu Guangqi and his successors, pp.380-397

也請參考書末的文獻。

有一篇文章，是討論徐光啓的數學思想：

- 張傑恆 (J.H. Zhang), 許康 (K. Xu), 徐光啓的數學理性觀與數學教育思想 (Rational Mathematical viewpoint and thought on mathematics education of Xu Guangqi), 數學史研究文集 (*Research Papers on History of Mathematics*) vol. 4 (1993), pp.117-123.

(2) 關於《原本》，它的翻譯及其對明清數學的影響，有下列文獻：

- 梅榮照, 王渝生, 劉鈍, (R.Z. Mei, Y.S. Wang, D. Liu), 歐幾里得《原本》的傳入和對我國明清數學的影響 (Euclid's *Elements*: Its transmission into China and its influence on the mathematics of the Ming and Qing periods), in 《明清數學史論文集》 (*Collected Papers on the History of Mathematics in the Ming and Qing Periods*), edited by 梅榮照 (R.Z. Mei), Jiangsu Educational Press, Nanjing, 1990, pp.53-83; originally published in 《徐光啓研究論文集》 (*A Collection of Essays in Research on Xu Guangqi*), edited by 席澤宗 (Z.Z. Xi), 吳德鐸 (D.D. Wu), Xuelin Publishing, 1986, pp.49-63.
- 莫德 (D. Mo), 《歐幾里得幾何原本研究》 (*Study on Euclid's Elements*), Inner Mongolia Peoples' Press, Huhehaote, 1992.
- P. Engelfriet, The Chinese Euclid and its European context, in *L'Europe en Chine: Interactions scientifiques, religieuses et culturelles aux XVIIe et XVIIIe siècles (Mémoires de l'Institut des Hautes Etudes Chinoises XXXIV)*, edited by C. Jami, H. Delahaye, Collège de France, Paris, 1993, pp.111-135.
- P. Engelfriet, *Euclid in China: A Survey of the Historical Background of the First Chinese Translation of Euclid's Elements (Jihe yuanben; Beijing, 1607), an analysis of the translation, and a study of its influence up to 1723*, PhD dissertation, Leiden University, 1996.
- 劉鈍 (D. Liu), 從徐光啓到李善蘭——以《幾何原本》之完璧透視明清文化 (From Xu Guangqi to Li Shan-lan: Investigation of Ming-Qing culture through the completion in translating *Elements*), 自然辯證法通訊 (*Journal of Dialectics of Nature*), 11(3) (1989), pp.55-63.

(3) 以下幾篇文章，是關於中西數學交會的歷史背景和情況：

- S.R. Du, Q. Han, The contribution of French Jesuits to Chinese science in the seventeenth and eighteenth centuries, *Impact of Science on Society*, 167 (1992), pp.265-275.
- C. Jami, Scholars and mathematical knowledge during the late Ming and early

Qing, *Historia Scientiarum*, 42 (1991), 99-109.

- C. Jami, Western mathematics in China, seventeenth century and nineteenth century, in *Science and Empires: Historical Studies About European Expansion and Scientific Development*, edited by P. Petitjean et al, Kluwer, Dordrecht, 1992, pp.79-88.

(4) 數學在西方文化的地位，可以參看：

- J.V. Grabiner, The centrality of mathematics in the history of Western thought, in *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, August 3-11, 1986, Berkeley, USA*, edited by A.M. Gleason, American Mathematical Society, 1987, pp. 1668-1681; reprinted in *Math. Magazine*, 61(1988), pp.220-230.
- M. Kline, *Mathematics in Western Culture*, Oxford University Press, New York, 1953.