

$\sqrt{2}$ 是無理數的一束證明

賴煒諾
聖保羅男女中學

蕭文強
香港大學數學系

摘要

$\sqrt{2}$ 是無理數這一回事，大家必定耳熟能詳，甚至能舉出好幾個不同的證明。既然大家對這一回事耳熟能詳，為什麼還要就這個課題撰文呢？還有什麼可以添加呢？

撰寫本文的原因有兩個：其一：對一條定理作不同的證明，目的是要尋求更深入的理解，從而化簡，或推廣，並且探究可否引申至別的課題。數學史上有很多這方面的例子，古代數學較著名的有畢氏定理 [Pythagoras' Theorem]，中國稱作勾股定理；現代數學較著名的有二次互反律 [Law of Quadratic Reciprocity]。其二：說起來有段故事，與兩位作者有關。作者之一，有緣結識另一位比他年紀相差達一個甲子的小友（即是另一位作者）。小友就讀喇沙小學六年級期間鑽研此課題，有一次，他告訴另一位作者，他寫下了 $\sqrt{2}$ 是無理數的廿多個證明，並抽取其中十個左右，拍成一輯 *YouTube*，詢問另一位作者的意見。另一位作者在 1997 年曾經在本地數學雜誌發表了一則短文，文章結尾有一句話：「上面討論的六個證明，真的是六個不同的證明嗎？還是六個相同的證明呢？」於是，他向小友建議，不妨審視一下眾多證明的相互關係、分類、推廣等等，本文就是這番工夫的一個初步報告和讀書笈記。