

數學與我何干？

蕭文強 香港大學數學系

大家都不會否認數學在科學研究、科技發展、甚至社會科學、企業管理上的貢獻，矛盾卻在於大家往往只見到這些成就而忘卻了數學本身。美國《科學雜誌》(*Science*)的編輯哈密蒙特(Allen Hammond)將數學形容為「我們看不見的文化」，美國數學家哈爾莫斯(Paul R. Halmos)更埋怨說「很多受過教育的人竟然不知道我的學科的存在，使我十分傷心！」當然，這不是說大部份人真的不知道有數學這回事，而是說大部份人並沒有了解數學是什麼的一回事。受過普通教育的人，即使不是藝術家也知道有雕刻、繪畫、……，即使不是音樂家也知道有歌曲、旋律、……；即使不是文學家也知道有詩、小說、……；即使不是科學家也知道有核能、蛋白質、微生物、行星、……。但有多少人知道什麼是函數、公理系統、可換群、流形、……？再者，不少人雖然「恥」於承認自己對藝術、音樂、文學、科學一無所知，卻「勇」於承認自己對數學一竅不通，甚至認為不通數學乃理所當然，說的時候，縱非喜形於色，亦必心安理得！

其實，我們根本是生活在數學的世界之中，數學就在我們周圍，直接地間接地影響了我們的生活。它的過去、現在、甚至可以預測它的將來，永遠是如此多姿多采。一般人對數學的誤解，大體而言可分為幾項對立的二分法：有些人以為數學是枯燥無味或者深奧難懂的學問，卻有些人以為數學是引人入勝的智力遊戲；有些人以為數學是與現實世界毫無關連的學問，卻有些人以為數學是無往不利的萬應靈丹；有些人以為沒有直接應用價值的數學只是鑽牛角尖的玩意，卻有些人以為只有純理論才配稱得上數學的美名。對於這些見解，你有什麼看法呢？

很多教師都一定碰過學生提到這個問題：「數學有何用？」數學應用範圍的廣泛與深刻，大家都一定知道，中國數學家華羅庚說得好：「宇宙之大、粒子之微、火箭之速、化工之巧、地球之變、生物之謎、日用之繁、無處不用數學。」（「大哉數學之為用」，見《華羅庚科普著作選集》，上海教育出版社，1984年，337頁，原刊於《人民日報》，28.05.1959.）幾年前我在一篇文章裏也說過這樣的一段話（EduMath第16期，2003年6月，5-6頁）：

『固然，數學的價值並非單憑它在日常生活中的應用去確立，但對大眾而言，這是較重要也是較具說服力的一面。但同時這一面也帶來相應的困惑，就是一門學科之用，是否用得其所？英國數學家哈代 (Godfrey Harold Hardy) 逝世前幾年寫了一本小書，題為《一位數學家的自白》(*A Mathematician's Apology*, 1940)，字裏行間一方面流露出一股「英雄遲暮」的蒼涼感，另一方面很為自己選了很「純」的數論研究而欣慰。引用書中話，「至今為止沒有人找到數論或者相對論於戰爭的用途，看來

在很多年後也不會有人找到這樣的用途……因此一位真正的數學家〔意指研究純數的人〕可以清心直說，他的任何工作絕無不宜成份。……數學是一門無害且清白的行業。」大家倒不要斷章取義草率地得出結論，認為哈代以數學「無用」(useless)而自豪，甚至視數學的任何應用是玷污了數學的清白。要真正了解哈代的意思，你應該找原書看一看，尤其應該細讀第 21 及 22 節。再者，我們也得明白哈代寫作該書的時代背景，當時歐洲戰火剛燃，慘痛的第二次世界大戰開始了不久。要是哈代多活三十年，他便知道數論亦非如此「無害且清白」，因為密碼學用上了看似最無用的數論知識！如同別的科學家一般，數學家也無法置身事外，因為如同別的科學成果一般，數學成果既可造福人群，也可帶來禍害。」

密碼學究竟還有民用的一面，非僅軍事用途而已。在今天的商業社會裏，銀行賬目來往，電子金融交易，離不開它。所以，哈代亦毋須過份自責。但是，數學的確有用不得其所的情況，甚至可以說是不道德的無良運用，以下敘述的一個例子，是我多年前讀到的一則報導（《明報》，11.7.1999）。

美國通用汽車公司出產了一種型號的汽車，油缸很接近車尾保險杠，車尾被撞時容易引起爆炸。在 1993 年發生了一宗車禍，爆炸引致六名乘客嚴重燒傷，後來傷者控告汽車公司，法庭判決公司要付一億七百萬美元懲罰性賠償。控方律師指出其實公司老早便曉得設計失誤，但曾經秘密進行了一次成本效益分析，計算得來這樣的結果：如果把出了廠的五百萬部有問題的汽車收回改裝，每部車得花 8.59 美元；如果不收回改裝，有若干機會發生車禍，即使要賠償，估算每部車僅花 2.40 美元。爲了每部車約 6 美元的相差，公司便沒有把汽車收回改裝，終於在那宗車禍中付了相當於每部車 980 美元的賠償！問題並不在於爲省 6 美元卻付出 980 美元，主要是生命寶貴，豈可若無其事地當作概率期望值去計算呢？

這也使我想起英國小說家狄更斯（Charles Dickens）在 1854 年寫的小說《艱難時世》(Hard Times)裏的一段情節，小姑娘西絲(Sissy)向女少主人露意莎(Louisa)哭訴她在學校學不好數學。

『“……麥卓康賽先生（Mr. M'Choakumchild）說：「這道習題是關於海上事故的統計數字。某次有十萬人在海上遠航，其中只有五百人淹死了或者燒死了，這個百分比是多少呢？」小姐，我便答道：「這等於零了。」”講到這兒西絲差不多要哭出來，極端懊悔自己犯了天大的錯誤。

“等於零了，西絲？”

“是的，小姐，等於零了——對於死去的人的親屬和朋友來說，什麼都沒有了。我怎麼也學不好這個科目。比這更糟糕的是：雖然我那可憐的父親十分希望我好好地學；因爲他希望我這樣做，我也渴望好好地學；可是坦白說，我不喜歡學習這些東西。”』

在很多數學教師的心目中，數學是「中性」的科目，只是一種有用的工具；不像別的科目，如文學、歷史、社會、經濟等等，數學並不涉及道德價值觀。但也許，我們需要聆聽學生的心聲。

上面提到的是數學用不得其所的情況，但數學也可以在德育方面起一種潛移默化的正面作用。明代士大夫學者徐光啓與耶穌會傳教士利瑪竇 (Matteo Ricci) 合譯歐幾里得 (Euclid) 的《原本》(Elements) 前六卷。徐光啓對該書有此評價：「此書爲益，能令學理者祛其浮氣，練其精心，學事者資其定法，發其巧思，故學世無一人不當學。」又言：「此書有五不可學：燥心人不可學，羸心人不可學，滿心人不可學，心人不可學，傲心人不可學。故學此者不止增才，亦德基也。」剛於數年前逝世的俄羅斯數學教育家沙雷金 (Igor Fedorovich Sharygin) 對幾何情有獨鍾，並且說過：「幾何乃人類文化重要的一環。…幾何，還有更廣泛的數學，對兒童的品德培育很有益處。…幾何培養數學直覺，引領學生進行獨立原創思維，…幾何是從初等數學邁向高等數學的最佳途徑。」他還說：「學習數學能夠樹立我們的德行，提昇我們的正義感和尊嚴，增強我們天生的正直和原則。數學境界內的生活理想，乃基於證明，而這是最崇高的一種道德概念。」今天，有多少數學教師仍然懷著這種信念在課堂上授課呢？